

Logiikka I

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

Kevät 2015

Harjoitus 4

Lue kurssimateriaalista luvut 1.6–1.9 luonnollisesta päättelystä.

- Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \wedge (B \vee C)$ propositiolauseesta $A \wedge C$.
 - Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \rightarrow D$ propositiolauseista $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ ja $C \rightarrow D$.

2. Mitkä seuraavista ovat oikein tehtyjä luonnollisia päättelyitä? Oikeissa tapauksissa kerro mikä on oletus (tai mitkä ovat oletukset), mikä on johtopäätös ja mitä sääntöjä käytettiin. Väärissä tapauksissa kerro missä on virhe tai virheet.

$$\frac{\frac{[A \rightarrow (B \wedge C)] \quad A}{B \wedge C}}{C} \quad A \rightarrow C$$

(a)

$$\frac{[p_0 \wedge p_1]}{p_1} \quad (p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_1$$

(b)

$$\frac{\begin{array}{c} [A] \\ \vdots \\ C \end{array} \quad \begin{array}{c} [B] \\ \vdots \\ C \end{array}}{(A \vee B) \rightarrow C} \quad C$$

(c)

$$\frac{A \wedge B}{B} \quad A \rightarrow B$$

(d)

3. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \vee B$ propositiolauseesta $A \vee (B \vee A)$.

4. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $\neg(\neg B \wedge \neg C)$ propositiolauseesta $A \wedge (B \vee C)$.

5. (a) Anna propositiologiikan lauseen $A \vee (A \rightarrow B)$ luonnollinen päättely, joka formalisoi seuraavan järjestyksen:

Tehdään vasta oletus, että väite ei päde. Tällöin jos A pätee, niin myös $A \vee (A \rightarrow B)$ pätee, mikä on ristiriidassa vasta oletuksen kanssa, joten A ei päde. Tällöin nähdään pienellä vaivalla, että $A \rightarrow B$ pätee, joten myös $A \vee (A \rightarrow B)$ pätee, mikä edelleen on ristiriidassa vasta oletuksen kanssa. Siis vasta oletus on väärä ja väite totta.

(b) Keksitkö tavan lyhentää päättelyä?

6. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$.