

Logik I

Institutionen för matematik och statistik, Helsingfors universitet

Våren 2015

Övning 3

Uppgifterna baserar sig på kapitel 1.5 om sanningsfunktioner i Jouko Väänänen's Logic One. Konjunktiv normalform behandlas t.ex. i boken "Salminen, Väänänen: Johdatus logiikkaan" eller i artiklar på internet (conjunctive normal form).

1. Ge en värdering som visar att följande påstående är sant eller bevisa att ingen sådan värdering existerar:

- (a) Satsen $(\neg p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_0 \wedge p_1)$ är satisfierbar.
- (b) Satsen $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge \neg(\neg p_0 \vee p_1)$ är satisfierbar.
- (c) Satsen $((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_1) \rightarrow p_1$ är falsifierbar.
- (d) Satsen $(p_0 \leftrightarrow p_1) \leftrightarrow (p_0 \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_0))$ är falsifierbar.

2. Hitta på två satslogiska formler, så att vardera innehåller minst två satsymboler, formlerna inte är satslogiskt ekvivalenta men den ena är en satslogisk konsekvens av den andra.

3. (a) Låt A vara den satslogiska formeln $p_0 \wedge \neg p_0$. Vilken är sanningsfunktionen f_A ?
- (b) Vad kan du säga om sanningsfunktionerna för tautologa, kontradiktoriska och kontingenta formler?

4. Är följande formler i

- (i) disjunktiv normalform?
- (ii) konjunktiv normalform?

- (a) p_0
- (b) $p_0 \wedge \neg p_0$
- (c) $p_0 \vee \neg p_0$
- (d) $(p_0 \wedge p_1) \vee p_0$
- (e) $(\neg p_0 \vee p_1) \wedge (\neg p_0 \vee \neg p_1)$
- (f) $p_0 \wedge p_1 \wedge p_2$
- (g) $p_0 \vee p_1 \vee p_2$
- (h) $(p_0 \wedge p_1) \vee \neg(p_2 \wedge p_1)$

5. Ge en satslogisk formel A i disjunktiv normalform så att sanningsfunktionen f_A som A definierar är:

x_0	x_1	x_2	$f(x_0, x_1, x_2)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

6. Bevisa att $\{\rightarrow\}$ inte är en fullständig konnektivmängd.

I nästa uppgift bekantar vi oss med naturlig deduktion. För att lösa uppgiften räcker det att bekanta sig med kapitel 1.6.

7. Granska följande “deduktion”:

$$\frac{\frac{A \vee B}{A} \quad \frac{A \vee B}{B}}{A \wedge B}$$

- Finn felen i deduktionen.
- Hitta på satser A och B på svenska och förklara med hjälp av dem vad som händer i “deduktionen”.