

Logiikka I

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

Kevät 2015

Harjoitus 3

Lue kurssimateriaalista luku 1.5 totuusfunktioista. Konjunktiiivisesta normaalimuodosta löytyy tietoa esim. kirjasta "Salminen, Väänänen: Johdatus logiikkaan" tai netistä (conjunctive normal form).

1. Anna totuusjakauma, joka osoittaa allaolevan väitteen todeksi, tai todista, ettei sellaista ole olemassa:

- (a) Propositiolause $(\neg p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_0 \wedge p_1)$ on toteutuva.
- (b) Propositiolause $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge \neg(\neg p_0 \vee p_1)$ on toteutuva.
- (c) Propositiolause $((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_1) \rightarrow p_1$ on kumoutuva.
- (d) Propositiolause $(p_0 \leftrightarrow p_1) \leftrightarrow (p_0 \leftrightarrow (p_1 \leftrightarrow p_0))$ on kumoutuva.

2. Keksi kaksi propositiolauseita, joissa kummassakin esiintyy vähintään kaksi propositiosymbolia ja jotka eivät ole loogisesti ekvivalentit, mutta joista toinen on toisen looginen seuraus.

3. (a) Olkoon A propositiolause $p_0 \wedge \neg p_0$. Mikä on totuusfunktio f_A ?
(b) Mitä voit sanoa tautologian, ristiriidan ja kontingentin lauseen totuusfunktioista?

4. Ovatko seuraavat lauseet

- (i) disjunktiiivisessä normaalimuodossa?
- (ii) konjunktiiivisessä normaalimuodossa?

- (a) p_0
- (b) $p_0 \wedge \neg p_0$
- (c) $p_0 \vee \neg p_0$
- (d) $(p_0 \wedge p_1) \vee p_0$
- (e) $(\neg p_0 \vee p_1) \wedge (\neg p_0 \vee \neg p_1)$
- (f) $p_0 \wedge p_1 \wedge p_2$
- (g) $p_0 \vee p_1 \vee p_2$
- (h) $(p_0 \wedge p_1) \vee \neg(p_2 \wedge p_1)$

5. Anna disjunktiiivisessä normaalimuodossa oleva propositiolause A johon liittyvä totuusfunktio f_A on:

x_0	x_1	x_2	$f(x_0, x_1, x_2)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

6. Osoita, että $\{\rightarrow\}$ ei ole universaalinen konnektiivijoukko.

Seuraavassa tehtävässä tutustutaan päättelyyn. Tehtävän tekemiseen riittää alustava tutustuminen lukuun 1.6.

7. Tarkastellaan seuraavaa “päättelyä”:

$$\frac{\frac{A \vee B}{A} \quad \frac{A \vee B}{B}}{A \wedge B}$$

- (a) Löydä päättelyn virheet.
- (b) Keksi luonnollisen kielen lauseet A ja B , ja selitä näiden avulla, mitä “päättelyssä” tapahtuu.