Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2015
Harjoitus 2

Lue kurssimateriaalista (Jouko Väänänen: Logic One / Logiikka I) luvut 1.3–1.4 totuusjakaumista ja totuustauluista.

1. Osoita, että jokainen propositiolause, jossa on parillinen määrä symboleja, sisältä negaation. (Huomaa, että tässä propositiosymboli lasketaan yhdeksi symboliksi, eli esim. p_{315} on yksi symboli.)

2. Oletetaan, että $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 0$ ja $v(p_2) = 0$. Määritä

(a) $v((p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_2 \wedge \neg p_0))$,
(b) $v(p_0 \to (p_1 \to p_2))$,
(c) $v(\neg(\neg p_0 \to \neg p_1) \vee \neg(\neg p_1 \to \neg p_2))$.

3. Anna esimerkki totuusjakaumasta, jolla lause

(a) $(p_0 \wedge (\neg p_1 \wedge (\neg p_2 \wedge (p_3 \wedge \neg p_4))))$
(b) $\neg((p_0 \wedge p_1) \to (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$
(c) $(\neg p_0 \wedge ((p_1 \to p_2) \vee (p_3 \leftrightarrow \neg p_4)))$

on tosi.

4. Tarkastellaan luennon esimerkkiä:

> Jos ulkona sataa ja tuulee, niin ikkunan vieressä istuvat kastuvat, ellei ikkuna ole kiinni.

Luennolla merkittiin atomilauseet:

> p_0: Ulkona sataa. p_1: Ulkona tuulee. p_2: Ikkunan vieressä istuvat kastuvat. p_3: Ikkuna on kiinni.

(1) Piirrä totuustaulu, jossa määrität jokaiselle totuusjakaumalle totuusarvon luonnollisen kielen intuitiosi perusteella.
(2) Luennolla ehdotettiin mm. seuraavia formalisointeja lauseelle:
- $((p_0 \wedge p_1) \wedge \neg p_3) \to p_2$
- $(p_0 \wedge p_1) \to (p_2 \vee (\neg p_2 \wedge \neg p_3))$
- $\neg p_3 \to ((p_0 \wedge p_1) \to p_2)$

Piirrä totuustaulut ehdotetuille lauseille. Mitkä lauseista ovat keskenään ekvivalentteja? Vastaako jokin intuitiotasi lauseesta? Ellei, miten itse formalisoisit lauseen?

5. Selvitä totuustaulun avulla onko lause

(a) $p_0 \to \neg p_0$
(b) $p_0 \vee \neg(p_0 \wedge p_1)$

tautologia, kontingentti vai ristiriita.

6. Osoita totuustaulumenetelmällä, että seuraavat propositiolauseet ovat loogisesti ekvivalentteja:

(a) $A \to B$ ja $\neg A \vee B$
(b) $A \leftrightarrow B$ ja $(A \to B) \wedge (B \to A)$