Logik I
Institutionen för matematik och statistik, Helsingfors universitet
Våren 2015
Övning 11

Uppgifterna baserar sig på kapitel 2.15–2.16 om axiom samt semantiska träd i Jouko Väänänens Logic One.

1. Härled
$$\forall x(P(x) \to \exists y(x = y \wedge P(y))).$$

2. Härled från ordningsaxiomen
$$\forall x_0 \forall x_1 \forall x_2 (x_0 < x_1 \to (x_2 < x_1 \vee x_0 < x_2))$$

3. Härled från grafteorins axiom
$$\forall x \forall y(xEy \to \neg x = y).$$

4. Går det att härleda $\neg\forall x \neg xEx$ från grafaxiomen? Hur är det med $\forall x \exists y \neg xEy$?

5. Använd ett semantiskt träd för att finna en modell för
$$\forall x \exists y \forall z(R_0(x,y) \wedge R_0(y,z) \wedge \neg\forall x \forall y R_0(x,y)).$$
Märkväl att det även finns andra metoder för att finna modellen, som t.ex. att gissa och testa sig fram.

6. Ge ett semantiskt bevis för
$$\exists x \forall y(R_0(x,y) \vee P_0(x)) \to \forall y \exists x(P_0(x) \vee R_0(x,y))$$

7. Ge ett semantiskt bevis för
$$\exists x \forall y \neg R_0(x,y) \to \exists x \neg \exists y R_0(x,y)$$

8. Granska formeln:
$$(R_0(x,y) \vee \forall x P(x)) \to \forall x(R_0(x,y) \vee P(x)).$$
Är formeln valid, kontingent eller kontradiktorisk? Om den är valid eller kontradiktorisk, bevisa det med en lämplig härledning eller ett lämpligt semantiskt bevis. Om formeln är kontingent, visa det med modeller som du får från semantiska träd.