Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2015
Harjoitus 11

Lue kurssimateriaalista luvut 2.15–2.16 aksioomeista sekä semanttisista puista.

1. Päättele
$$\forall x(P(x) \to \exists y(x = y \land P(y))).$$

2. Päättele järjestysaksioomeista
$$\forall x_0 \forall x_1 \forall x_2 (x_0 < x_1 \to (x_2 < x_1 \lor x_0 < x_2))$$

3. Päättele verkkoteorian aksioomeista
$$\forall x \forall y (xEy \to \neg x = y).$$

4. Voidaanko verkkteorian aksioomeista päätellä $\neg\forall x \neg xEx$? Entä $\forall x \exists y \neg xEy$?

5. Etsi semanttisen puun avulla malli lauseelle
$$\forall x \exists y \forall z (R_0(x, y) \land R_0(y, z) \land \neg\forall x \forall y R_0(x, y)).$$
Huomaa, että olisi kyllä muitakin menetelmiä mallien löytämiseksi, kuten vaikkapa puhdas kokeilu.

6. Anna semanttinen todistus kaavalle
$$\exists x \forall y (R_0(x, y) \lor P_0(x)) \to \forall y \exists x (P_0(x) \lor R_0(x, y))$$

7. Anna semanttinen todistus kaavalle
$$\exists x \forall y \neg R_0(x, y) \to \exists x \neg \exists y R_0(x, y)$$

8. Tarkastellaan kaavaa:
$$(R_0(x, y) \lor \forall x P(x)) \to \forall x (R_0(x, y) \lor P(x)).$$
Onko kaava validi, kontingentti vai ristiriitainen? Jos se on validi tai ristiriitainen, osoita tämä sopivalla päättelyllä tai sopivalla semanttisella todistuksella. Jos lause on kontingentti, osoita tämä malleilla,jotka saat semanttisten puiden menetelmällä.