Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2015
Harjoitus 10

Lue kurssimateriaalista luvut 2.11–2.15 luonnollisesta päättelystä, eheydestä ja aksioomista.

1. Päättele lause

$$\forall x \exists y R_0(x, y) \land \forall x \exists y R_1(x, y)$$

lauseesta

$$\forall x \exists y (R_0(x, y) \land R_1(x, y)).$$

2. Päättele lause

$$\neg(\forall x P_0(x) \land \exists x \neg P_0(x)).$$

3. Päättele $\exists x P_0(x) \to \exists y P_1(y)$ kaavasta $\exists y \forall x (P_0(x) \to P_1(y))$.

4. Päättele lause $\neg \exists y P_0(y) \to \neg P_0(c)$.

5. Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\exists x \neg P_0(x) \to \neg \exists x P_0(x)$$

6. Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\forall z (\forall x R_0(x, x) \to \forall y R_0(z, y))$$

7. Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\forall x (P_0(x) \to \forall y P_0(y))$$

8. Päättele $\exists x P(x) \to \forall x P(x)$ lauseesta $\forall x \forall y\, x = y$. Vihje: käytä identiteettiaksioomia.