

HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johdatus yliopistomatematiikkaan, kevät 2015
Harjoitus 1

Ratkaisut palautettava viimeistään ti 27.1.2015 klo 19.30
Korjaukset palautettava viimeistään ti 10.2.2015 klo 19.30

Tehtäväsarja I

Seuraavat tehtävät liittyvät luentokalvoihin 1–14. Erityisesti esimerkiksi 4 ja esimerkin 6 a-kohdasta voi olla apua.

1. Käy tutustumassa Exactumin 3. kerroksessa toimivaan ohjaukseen ja selvitä samalla, mistä kansilehtiä saa ja mihin tehtävät palautetaan. Jos haluat, voit keskustella ohjaajien kanssa ja jäädä tekemään tehtäviä 3. kerroksen käytävälle.
2. Mitkä seuraavista joukoista ovat samoja?

$$\begin{array}{lll} A = \{1, 3\} & B = \{3, 5^0, 18 - 2^4, 1\} & C = \{7 - 4, 12 - 9, -6 + 7\} \\ D = \{3, 1\} & E = \{\{3\}, \{1\}\} & F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x = -3\} \end{array}$$

3. Kuinka monta alkioita on seuraavissa joukoissa?

$$(a) \{3^2, 2^3, 5 + 4, 4, 8, 9\} \qquad (b) \{\pi, 6, \{\pi, 5, 8\}, \{\pi\}, \{5, 8\}\}$$

Tehtäväsarja II

Seuraavissa tehtävissä harjoitellaan joukkojen merkitsemistä eri tavoin. Luentokalvoista 1–14 on edelleen apua.

4. Kirjoita seuraavat joukot luettelemalla niiden alkiot, jos mahdollista. Onko jokin joukoista tyhjä joukko \emptyset ?

$$(a) \{x \in \mathbb{N} \mid -5 \leq x < 3\} \qquad (b) \{q \in \mathbb{Q} \mid q \geq 6 \text{ ja } q \leq 5\}$$

5. Kirjoita seuraavat joukot merkintää $\{x \in X \mid \text{ehto, jonka } x \text{ toteuttaa}\}$ käyttäen. Laita symbolin X paikalle sopivan lukujoukon symboli.

- (a) Rationaaliluvut, joiden toinen potenssi on vähintään 5.
- (b) Reaaliluvut, jotka toteuttavat yhtälön $x^8 - \cos x + e^{\sin(5x-\pi)} = 0$.

6. Kirjoita seuraavat joukot merkintää $\{x \in X \mid \text{ehto, jonka } x \text{ toteuttaa}\}$ käyttäen. Laita symbolin X paikalle sopivan lukujoukon symboli.

- (a) $\{-77, -76, -75, -74, -73, -72, -71, -70, -69, -68\}$.
- (b) $\{\dots, 1/16, 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$.
- (c) $\{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$.

- ★ 7. Kirjoita seuraavat joukot luettelemalla niiden alkiot, jos mahdollista. Onko jokin joukoista tyhjä joukko \emptyset ?

$$(a) \{n \in \mathbb{N} \mid n < \sqrt{65} \text{ ja } n \geq \pi\} \qquad (b) \{z \in \mathbb{Z} : |z| \leq \sqrt{10}\}$$

- ★ 8. Kirjoita seuraavat joukot merkintää $\{x \in X \mid \text{ehto, jonka } x \text{ toteuttaa}\}$ käyttäen. Laita symbolin X paikalle sopivan lukujoukon symboli.

- (a) Negatiiviset kokonaisluvut.
- (b) Reaaliluvut, joiden itseisarvo on suurempi kuin 2π .

Tehtäväsarja III

Seuraaviin tehtäviin voi katsoa mallia esimerkiksi 6. Osajoukon määritelmääkin tarvitaan.

9. Tarkastellaan joukkoa $A = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, 4, \{5\}, \{6, 8\}\}$. Mitkä seuraavista väitteistä ovat totta? Mitkä väitteet ovat epätosia? Muista perustella!

- (a) $1 \in A$ (b) $\{1\} \in A$ (c) $\{5\} \subset A$ (d) $\{1, 2\} \in A$
(e) $6 \in A$ (f) $\{5\} \in A$ (g) $\emptyset \subset A$ (h) $\{1, 2\} \subset A$.

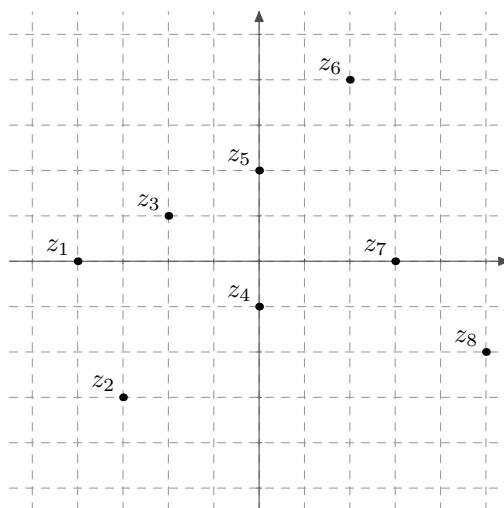
10. Onko tyhjä joukko \emptyset eli $\{\}$ seuraavien joukkojen alkio? Luettele ne joukot, joiden alkio tyhjä joukko on.

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{z \in \mathbb{Z} : |z| < 0\} \quad C = \{\emptyset, 0, \{1\}\} \quad D = \{\{\emptyset\}, 1, \{2, 3\}\}$$

Kompleksiluvut

Seuraavat tehtävät liittyvät kompleksilukuja käsitteleviin kalvoihin 1–16.

11. Alla oleva kuva esittää kompleksitasoa. Ruudukon neliöiden sivun pituus on 1.



- (a) Kirjoita kuvaan merkityt kompleksiluvut muodossa $a + bi$, missä $a, b \in \mathbb{R}$.
(b) Laske jokaisen kuvaan merkityn kompleksiluvun z_k itseisarvo eli moduli $|z_k|$. Mitä huomaat?

12. Laske (eli sievennä muotoon $a + bi$, missä $a, b \in \mathbb{R}$).

- (a) $(3 - 7i) + (-5 + 4i)$ (b) $2i - (3 - i)$
(c) $(2 - i)(1 + 2i)$ (d) $5i^3 - i(8 + 5i^2)$.

★ 13. Laske $-4(3 + 2i)^2 - 6i$.

Tietojenkäsittelytieteen ja tilastotieteen matematiikkaa

Seuraavat tehtävät liittyvät tietojenkäsittely- ja tilastotieteen matematiikkaa käsitteleviin kalvoihin 1–15.

14. Ilmaise seuraavat propositiolauseet suomen kielellä. Tässä A tarkoittaa ”opiskelija on ahkera” ja I tarkoittaa ”opiskelija on iloinen”.

$$(a) (\neg A \wedge I) \vee A \quad (b) \neg(A \wedge \neg I) \quad (c) A \rightarrow I \quad (d) \neg I \rightarrow \neg A.$$

- ★ 15. Kirjoita seuraavat väitteet logiikan symboleita käyttäen samaan tapaan kuin tehtävässä 14.

- (a) Et mene hiihtämään, tai sitten menet eikä ole lunta.
- (b) Jos sataa eikä minulla ole sateenvarjoa, kastun.
- (c) Jos ilmoittautuneita on vähintään kymmenen, kurssi järjestetään.
- (d) Kurssi järjestetään vain, jos ilmoittautuneita on vähintään kymmenen.

16. Tee totuustaulut seuraaville propositiolauseille:

$$(a) \neg P \vee Q \quad (b) \neg(P \wedge \neg Q) \quad (c) \neg Q \rightarrow \neg P \quad (d) P \rightarrow Q.$$

Mitä huomaat?