Johdatus Matlabin käyttöön
Kevät 2015, III periodi

 henrik.kettunen@helsinki.fi

1. Matlab osaa kyllä symbolistakin yhtälönratkaisua ('help solve'). Tällöin tarvittavat muuttujat on tosin ennalta muutettava symbolisiksi ('help syms'). Kokeile seuraavaa esimerkkiä

```
syms x y
Sx = solve(3*x - 4*y == 8,x)
Sy = solve(3*x - 4*y == 8,y)
[Sx,Sy] = solve(2*x + 4*y == 10, x + y == 9)
```

   Ratkaise yhtälöt (syms x y a b c)

   (a) $ax^2 + bx + c = 0$

   (b) $\sin(y + 2) - \cos(y - 1) = 0$

   (c) $\ln(x + 2) = 3\sin(x - 1)$

   (d) $\begin{cases} \sin(x + y) = \frac{1}{2} \\ \ln(x - y) = -\frac{1}{2} \end{cases}$

2. Polynomien nollakohdat löytyvät numeerisesti komennolla `roots`. Selvitä, miten komento toimii ('help roots'). Ratkaise seuraavat yhtälöt sekä numeerisesti (roots), että symbolisesti (solve). Vertaa ratkaisuja (symbolisen ratkaisun voi muuttaa liukuluvuksi komennolla *double*).

   (a) $y^2 - 1 = -y^2 + 2y + 2$

   (b) $x^3 + 3x^2 - 5x - 7 = 0$

   (c) $x^3 = 300x - 1000$

   (d) $t^5 + t^4 - 4t^3 - 3t^2 + 3t = -1$

   (e) $x^5 - 5x + 12 = 0$

3. Tutkitaan myös pintapuolisesti Matlabin kykyä ratkoa differentiaaliyhtälöitä. Tämä voidaan tehdä symbolisesti (*dsolve*) tai täysin numeerisesti (*ode45*). Ratkaistaan ensimmäisen kertaluvun alkuarvotehtävä

$$y'(t) = -y(t) - 5e^{-t}\sin(5t), \quad y(0) = 1$$

   ja ollaan kiinnostuneita ratkaisusta erityisesti aikavälillä $0 \leq t \leq 3$.
   Ratkaisut Matlabilla:

```
syms y(t) % Luodaan symbolinen muuttuja
% Symbolinen ratkaisu. Huomaa =-merkit tuplana!
ysym = dsolve(diff(y) == -y -5*exp(-t)*sin(5*t), y(0)==1)
% Vaihtoehtoinen syntaksi:
% ysym = dsolve('Dy = -y-5*exp(-t)*sin(5*t)','y(0)=1')

% Numeerinen ratkaisu (ode45)
% Tässä tapauksessa käyttäjä ei itse määrää valmiita aikapisteitä vaan
% ainoastaan määrää aikavälin (tspan) ja alkuarvon yzero. Matlab hakee
% automaattisesti sopivan määrän evaluointipisteitä, jotka eivät
% välttämättä sijaitse tasavälein.
tspan = [0,3];
yzero = 1;
% Numeerinen ratkaisu (sekä t, että y(t))!
[tnum,ynum] = ode45(@(t,y) -y-5*exp(-t)*sin(5*t),tspan,yzero);

% Verrataan ratkaisuja piirtämällä niistä kuvaajat. Symbolinen ratkaisuun
```

```
% ysym täytyy ensin sijoittaa (subs) muuttujan t paikalle aikavektori
tt = linspace(0,3);
ysymtt = subs(ysym,t,tt);

% Tämän jälkeen se on vielä muutettava symbolisesta muodosta numeeriseen
% double-muotoon
ysymnum = double(ysymtt);

% Piirretään ratkaisut, tarkka symbolinen ratkaisu vektorin tt funktiona ja
% numeerinen ratkaisu Matlabin määräämissä pisteissä t.
figure(1); plot(tt,ysymnum,tnum,ynum,'.','markersize',20); grid
xlabel('t')
ylabel('y(t)')
legend('symbolinen','numeerinen')
```

4. Sovella edellisen tehtävän ratkaisumenetelmää alkuarvotehtävälle

$$y'(x) = -3yx, \quad y(0) = -5$$

ja piirrä ratkaisut välillä $0 \leq x \leq 4$.

5. Ratkaise toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö

$$y''(t) + y(t) = 0, \quad y(0) = -5, \quad y'(0) = 2$$

sekä symbolisesti että numeerisesti.

Ohjeet: Symbolista ratkaisua varten yhtälö kirjoitetaan `'D2y = -y'`, ja alkuarvot `'y(0) = -5'` ja `'Dy(0) = 2'`. Numeerinen ratkaisu menee astetta monimutkaisemmaksi sillä toisen kertaluvun yhtälö on purettava uuden muuttujan avulla kahdeksi 1. kertaluvun yhtälöksi ja ratkaistava yhtälöparina. Merkitään $y_1(t) = y(t)$ ja $y_2(t) = y'(t)$, jolloin alkuperäisen yhtälön nojalla voidaan kirjoittaa

$$\begin{cases} y_1'(t) = y_2(t) \\ y_2'(t) = -y_1(t). \end{cases}$$

Komento *ode45* ottaa kyllä vastaan useita yhtälöitä kerralla pystyvektorina syötettynä. Vastaavasti alkuarvoja pitää syöttää vastaavan mittainen pystyvektori.

6. Kirjoita funktio `[x,y] = Fresnel(t)`, joka laskee seuraavat funktiot $x(t)$ ja $y(t)$, eli ns. Fresnelin integraalit ('help integral')

$$x(t) = \int_0^t \cos(u^2)\mathrm{d}u \quad \text{ja} \quad y(t) = \int_0^t \sin(u^2)\mathrm{d}u.$$

Tämän jälkeen kirjoita toinen ohjelma, joka kirjoittamasi funktion *Fresnel* avulla laskee ja piirtää kyseiset integraalit välillä $-2\pi \leq t \leq 2\pi$. Piirrä vielä toiseen kuvaan $y(t)$ $x(t)$:n funktiona.

7. Kurssin palautettavat harjoitustehtävät on julkaistu kurssin nettisivulla. Mikäli aikaa jää, voidaan alkaa perehtyä jo niihin.