

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Introduktion till sannolikhetskalkyl

Räkneövning 5

16.2.2015 (kl 10-12 i B321)

Uppvärmingsuppgiften U1 är en frivillig uppgift, som **inte** räknas med bland kryssen för extra poäng.

U1. Repetera (exempelvis från Analys II) varför den oegentliga integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x|e^{-x^2/2} dx$$

konvergerar.

Hemuppgifter

Beteckningen (1:2) avser uppgift 1:2 i kompendiet etc.

1. (2:35) Väntetiden X för en bankkund är en stokastisk variabel som är $Exp(1/10)$ -fördelad med minuter som enhet. (i) Vilken är sannolikheten att kunden måste vänta över 15 minuter i banken? (ii) Vilken är sannolikheten att kunden måste vänta över 15 minuter, om kunden redan har väntat 10 minuter?

2. Anta att $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ är en normalfördelad stokastisk variabel med parametrarna $\mu \in \mathbf{R}$ och $\sigma > 0$. Beräkna sannolikheterna

(i) $P(\mu - \sigma < Y < \mu + \sigma)$,

(ii) $P(\mu - 2\sigma < Y < \mu + 2\sigma)$.

3. (2:41) En fabrik producerar kuvert. Anta att vikten av kuverten följer en $N(1.95, (0.05)^2)$ -fördelning, där enheten är gram. Vilken är sannolikheten att

(i) vikten av ett godtyckligt valt kuvert ligger mellan 1.8 g och 2.1 g,

(ii) vikten av ett godtyckligt valt kuvert är större än 2 g?

(iii) Vilket är väntevärdet på antalet kuvert som väger över 2 g i en packning med 100 kuvert?

4. (2:42) Bestäm väntevärdet $\mathcal{E}(X)$, då den stokastiska variabeln X har en kontinuerlig fördelning med frekvensfunktionen

(i) $f(x) = 8/x^3$, $x > 2$,

(ii) $f(x) = xe^{-x^2/2}$, $x > 0$.

5. (2:45) Anta att X_1 och X_2 är oberoende stokastiska variabler samt att $X_i \sim \text{Tas}(0, 1)$ då $i = 1, 2$. Bestäm väntevärdet av de stokastiska variablerna

$$Y(\omega) = \max\{X_1(\omega), X_2(\omega)\}, \quad Z(\omega) = \min\{X_1(\omega), X_2(\omega)\}, \quad \text{där } \omega \in \Omega.$$

Tips: börja med att söka fördelningsfunktionerna till Y och Z , där Exempel 2.6.11 från kompendiet hjälper.

6. (2:58) Anta att $X \sim \text{Exp}(\lambda)$. Bestäm fördelnings- och frekvensfunktionen till den stokastiska variabeln

$$Y = \sqrt{X},$$

samt dess väntevärde.

Påminnelse: kursprovet ordnas måndag 9.3. kl 16-18 i Exactums auditorier (samtidigt kursprov i kursen Johdatus todennäköisyyslaskentaan). Extra provtillfälle ordnas vid behov ifall tidpunkten är olämplig. (För detta tag kontakt till e-mail adressen: hojtylli@cc.helsinki.fi)