

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Introduktion till sannolikhetskalkyl

Räkneövning 3

2.2.2015 (kl 10-12 i B321)

Uppvärmingsuppgifter

Uppvärmingsuppgifterna U1-U2 är frivilliga enklare uppgifter, som **inte** räknas med bland kryssen för extra poäng. Uppgifterna är avsedda att påminna om intressanta faktan för kursen. Fråga om dessa vid behov!

U1. Skriv ut $(a + b + c)^3$ med hjälp av multinomialkoefficienterna.

U2. Anta att $0 < p < 1$ samt att $n \in \mathbf{N}$ och $k \in \{1, \dots, n - 1\}$ är givna. För vilket värde på p antar uttrycket $\binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ sitt största värde? [Ta logaritmen av funktionen $p \mapsto p^k (1 - p)^{n-k}$ och derivera med avseende på p . Svar: $p = k/n$.]

Hemuppgifter

Beteckningen (1:2) avser uppgift 1:2 i kompendiet etc.

1. (1:42) Ett sällskap som består av 3 män och 6 kvinnor, delas på måfå upp i 3 grupper med 3 personer var. Vilken är sannolikheten att

- (i) alla männen finns i samma grupp,
- (ii) det finns en man i varje grupp?

2. (1:50) Visa: om $P(A) = P(B) = 2/3$, så är den betingade sannolikheten $P(A|B) \geq 1/2$.

3. Betrakta $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ med den symmetriska sannolikheten $P(k) = 1/4$ för $k = 1, 2, 3, 4$. Låt $A = \{1, 4\}$, $B = \{2, 4\}$ och $C = \{3, 4\}$. Visa att händelserna $\{A, B, C\}$ är parvis oberoende, men inte oberoende.

4. (1:61) En fabrik producerar en produkt som kan ha tre olika typer av fel: A, B och C. Feltyperna uppträder oberoende av varandra med sannolikheterna $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.05$ och $P(C) = 0.01$. Vilken är sannolikheten att produkten

- (1) har alla tre felen,
- (2) inga fel,

- (3) (B eller C) men inte A,
- (4) högst ett fel.

5. Anta att platserna A och B sammanbinds av två vägar, och platserna B och C likaså av två vägar. Anta vidare att varje väg har sannolikheten p att vara stängd, oberoende av de andra vägarna. Beräkna sannolikheten att det finns (åtminstone) en öppen väg från A till C .

6. (1:74) I tre boxar I, II, och III finns följande typer av mynt:

Box I innehåller 2 guldmynt,

Box II innehåller ett guld- och ett silvermynt,

Box III innehåller 2 silvermynt.

Man väljer först slumpmässigt en box och drar därefter från boxen på måfå ett mynt utan återläggning. Anta att det dragna myntet är ett guldmynt. Vilken är den betingade sannolikheten (med detta villkor) att också det andra myntet som dras från samma box är ett guldmynt?