

### Uppvärmingsuppgifter

Uppvärmingsuppgifterna U1-U2 är frivilliga enklare uppgifter, som **inte** räknas med bland kryssen för extra poäng. Uppgifterna är avsedda att påminna om faktan som är bra att känna till på kursen. Fråga om dessa vid behov!

U1. Visa att binomialkoefficienterna satisfierar

$$\binom{2n}{n} = \frac{2n(2n-1)\cdots(n+1)}{n!}, \quad \binom{2n+1}{n+1} = \binom{2n+1}{n}.$$

för alla  $n \in \mathbf{N}$ .

U2. Anta att mängden  $A$  har  $n$  element. Motivera formeln

$$\#(A^k) = n^k$$

med hjälp av multiplikationsprincipen, där  $A^k = A \times \dots \times A$  ( $k$ -faldig kartesisk produkt).

### Hemuppgifter

Beteckningen (1:2) avser uppgift 1:2 i kompendiet etc.

1. Ett binärt tal av längden 6 har formen  $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$ , där  $a_j \in \{0, 1\}$  för varje  $j = 1, \dots, 6$ . Varje tal  $a_j$  väljs slumpmässigt från  $\{0, 1\}$ . Vilken är sannolikheten att det binära talet

- (i) innehåller exakt två nollor,
- (ii) innehåller högst två nollor?

2. Bokstäverna i ordet

*HALPAHALLI*

permuteras på ett godtyckligt sätt. Vilken är sannolikheten att man erhåller samma ord igen?

3. (1:19) I ett alfabet finns 10 bokstäver. Hur många olika ord kan man bilda som har (i) exakt 10 bokstäver, (ii) högst 10 bokstäver? Hur lång tid tar det att gå igenom dessa ord, då läsaren läser ett ord varje millisekund ( $= 10^{-3}$  sekund)?
4. (1:23) Bland 10 lotter finns det 2 vinstlotter. Vilken är sannolikheten att det bland 5 slumpmässigt valda lotter finns
- (i) åtminstone en vinstlott,
  - (ii) båda vinstlotterna,
  - (iii) exakt en vinstlott?
5. (1:33) I en box finns 6 röda och 9 vita bollar. I ett försök drar man 3 bollar utan återläggning. Beräkna sannolikheterna av följande händelser:
- A = åtminstone en boll är röd,
  - B = alla bollar är röda,
  - C = bollarna har samma färg,
  - D = i dragningen finns både röda och vita bollar.
6. (1:38) En grupp som innehåller  $2n$  pojkar och  $2n$  flickor delas på ett slumpmässigt sätt i två grupper av samma storlek. Vilken är sannolikheten att det finns lika många flickor som pojkar i båda grupperna? Uppskatta denna sannolikhet med hjälp av Stirlings formel då  $n$  är stort.