

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria, kevät 2015

Harjoitus 11

20.4. alkavalle viikolle

1. (Harjoitus 8.1.1., [L]) Kolmion ABC *kulmavaje* $\delta(ABC)$ on luku $180^\circ -$ kolmion kulmasumma. Olkoon D sivun \overline{BC} piste. Osoita, että $\delta(ABC) = \delta(ABD) + \delta(ADC)$.
2. (Harjoitus 8.1.2., [L]) Osoita, että hyperbolisessa ja elliptisessä geometriassa kaksi kolmiota, joilla on samat kulmat, ovat yhteneviä. (Tämä siis tarkoittaa, että yhdenmuotoiset kolmiot ovat yhteneviä ko. geometrioissa!)
3. (Harjoitus 8.1.3., [L]) Olkoon $ABCD$ nelikulmio, jossa kulmat $\angle A$, $\angle B$ ja $\angle D$ ovat suoria. Osoita, että kulma $\angle C$ on terävä, suora tai tylppä sen mukaan, vallitseeko geometriassa terävän, suoran vai tylpän kulman hypoteesi. (Ko. nelikulmiota kutsutaan Lambertin nelikulmioksi!)
4. (Harjoitus 8.1.4., [L]) Esimerkkinä epäeuklidisesta geometriasta esitetään usein palloa. Tässä geometriassa suoria ovat pallon isoympyrät (eli ne ympyrät pallopinnalla, joiden halkaisija kulkee pallon keskipisteen kautta). Selitä miksi paralleeliaksioma ei päde tässä mallissa. Mitkä muut aksiomat kuin paralleeliaksioma eivät päde tällaisessa mallissa?
5. (Harjoitus 8.2.2., [L]) Osoita, että kaikilla $\alpha < 60^\circ$ Poincarén geometriassa on tasasivuisia kolmioita, joiden kulmat ovat α :n suuruisia.
6. (Harjoitus 8.2.3., [L]) Osoita, että jos $\alpha + \beta + \gamma < 180^\circ$, niin Poincarén geometriassa on kolmio, jonka kulmat ovat α , β ja γ .
- 7.* Todistimme luennolla lauseen 8.1.3. *terävän* kulman tapauksessa. Todista tylpän ja suoran kulman tapaukset!