

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria, kevät 2015

Harjoitus 5

16.2. alkavalle viikolle

1. (Harjoitus 1.5.8., [L]) Osoita, että jos kolmion ABC sivun AB suuntainen suora kulkee sivun AC keskipisteen B' kautta, niin se kulkee myös sivun BC keskipisteen A' kautta. Osoita, että $A'B'$ on yhtä pitkä kuin sivun AB puolikas.
2. (Harjoitus 1.5.9., [L]) Olkoon $ABCD$ nelikulmio, P, Q, R, S sen sivujen keskipisteet. Osoita, että $PQRS$ on suunnikas. (*Varignonin lause*)
Vihje: käytä edellisen tehtävän tulosta.
3. (Harjoitus 1.6.1., [L]) Osoita: jos A, B ja C eivät ole samalla suoralla, niin on olemassa yksi ja vain yksi ympyrä Γ , johon kaikki kolme pistettä kuuluvat.
4. (Harjoitus 1.6.2., [L]) Osoita, että joko ympyrät Γ ja Γ' sivuavat toisiaan pisteessä A , niin joko jokainen Γ' :n piste (paitsi A) on Γ :n ulkopuolella tai jokainen Γ' :n piste (paitsi A) on Γ :n sisäpuolella.
5. (YO-tehtävä, K2014) Ympyrä sivuaa suoraa $3x - 4y = 0$ pisteessä $(8, 6)$. Lisäksi se sivuaa positiivista x -akselia. Määritä ympyrän keskipiste ja säde.
6. (YO-tehtävä, S2014) Olkoon $A = (1, 0)$, $B = (0, -1)$ ja $t > 1$. Piste $T = (t, 0)$ keskipisteenä piirretään ympyrä, joka leikkaa yksikköympyrän $x^2 + y^2 = 1$ kohtisuorasti kuvion mukaisessa pisteessä C sekä janan OA pisteessä D .
 - a) Määritä pisteen C koordinaatit parametrin t avulla lausuttuna.
 - b) Osoita, että pisteet B, D ja C ovat samalla suoralla.

Kuva 1: Kuva tehtävään 6.

