

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria, kevät 2015

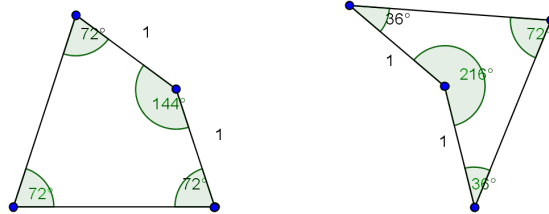
Harjoitus 3

2.2. alkavalle viikolle

Tarvitsetko vihjeitä laskuissa alkuun pääsemiseksi, etkä pääse luennoille tai ohjauksiin? Kysy Moodlessa!

1. (Harjoitus 1.4.7. + 1.4.8., [L]) Osoita, että janalla \overline{AB} on täsmälleen yksi piste M siten, että $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.
2. (Harjoitus 1.4.10., [L]) Kolmiossa ABC on $\angle CAB \cong \angle CBA$. Osoita, että $\overline{AC} \cong \overline{BC}$.
3. (Harjoitus 1.4.13., [L]) Osoita, että kulma voidaan puolittaa, ts. että $\angle BAC$:n aukeamassa on piste D siten, että $\angle BAD \cong \angle DAC$.
4. (Harjoitus 1.4.15., [L]) Todista *kolmioepäyhtälö*, eli että kolmiossa sivu on aina pienempi, kuin kahden muun sivun summa.
5. (YO-tehtävä, S2008) Vektorit $\vec{OA} = \vec{a}$ ($\neq \vec{0}$) ja $\vec{OB} = \vec{b}$ toteuttavat ehdon $\vec{a} \cdot \vec{a} = 2\vec{a} \cdot \vec{b}$. Osoita, että kolmio OAB on tasakylkinen.
6. (YO-tehtävä, K2011) Osa Helsingin Keskuskatua muutettiin kävelykaduksi ja päällystettiin Penrosen laatoilla, jotka keksi englantilainen matemaatikko Roger Penrose 1970-luvulla. Niiden avulla taso voidaan laatoittaa äärettömän monella eri tavalla niin, ettei laatoitus ole jaksollinen. Laattoja on kahta eri muotoa, leija ja nuoli. Molemmat ovat nelikulmioita, joiden kulmien suuruudet ja osa sivujen pituuksista on merkitty kuvioon.
 - a) Laske muiden sivujen pituuksien likiarvot kolmen desimaalin tarkkuudella.
 - b) Laske laattojen pinta-alojen likiarvot kolmen desimaalin tarkkuudella.

Kuva 1: Penrosen laatat



- 7.* Palataan edellisten harjoitusten tähtitehtävässä esiteltyyn \mathbb{F} -malliin. \mathbb{F} -mallissa ”taso” oli jonkin (euklidisen) ympyrän ω rajaama avoin kiekko ja ”suorina” kaikki ne puoliellipsit, joiden isoakselina on jokin ympyrän ω halkaisija, mukaanlukien ympyrän ω kaikki halkaisijat (rajatapauksena, ts. tapaukset, joissa ellipsin pikkuakseli on ”nolla”). \mathbb{F} -mallissa pisteitä ovat kaikki kiekon pisteet. Löydätkö ”suorat kulmat” ja ”yhdensuuntaiset suorat” \mathbb{F} -mallista?