

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria, kevät 2015

Harjoitus 1

19.1. alkavalle viikolle

Viite [L] (nyt ja jatkossa) viittaa M. Lehtisen *Geometrian perusteita, kevätlukukausi 2013*-luentomonisteeseen, jota tehtävien numerointi noudattaa. Tähdellä (\*) merkityt tehtävät ovat ylimääräisiä tehtäviä, joita ei käydä laskareissa läpi, eikä lasketa laskareiden kokonaislukumäärään, mutta niistä toki saa yhden tehdyn tehtävän lisäpisteitä ajatellen.

1. Määritä seuraavissa tapauksissa, onko joukon  $A$  relaatio  $R$  refleksiivinen, symmetrinen tai transitiivinen. Jos relaatio on ekvivalenssirelaatio, määritä sen ekvivalenssiluokat.
  - a) Joukko  $A = \mathbb{N}$  ja relaatio  $R$  on määritetty ehdolla  $aRb$ , jos  $a + b \leq 88$ .
  - b)  $A = \mathbb{Z}$  ja  $aRb$ , jos  $ab > 0$ .
  - c)  $A = \{1, 2, 3, 10, 20, 30, 100, 200, 300\}$  ja  $aRb$ , jos luvussa  $a$  on yhtä monta numeroa, kuin luvussa  $b$ .
2. Käy vielä luennolla läpikäydyn Lauseen 1.2.1. (s. 5, [L]) todistus läpi ja näytä, miksi suora  $GE$  ei kulje kolmion  $ACF$  minkään kärjen kautta.
3. (Harjoitus 1.2.1., [L]) Osoita, että jos suora  $a$  leikkaa kolmion  $ABC$  sivut  $AB$  ja  $BC$ , niin se ei leikkaa sivua  $CA$ .
4. (Harjoitus 1.2.2., [L]) Osoita, että janan päätepisteet ovat yksikäsitteiset. (Voit käyttää kaikkia luvun 1.2 lauseita.)
5.
  - a) Etsi käsiisi jokin lukion pitkän matematiikan kurssin Geometria (MAA3) oppikirja. Mitä siellä kerrotaan kulman puolittajista? (Entä muista vastaavista käsitteistä? Mitä annetaan faktana? Todistetaanko jotain?)
  - b) (YO-tehtävä, S2013) Kolmion  $ABC$  kulman  $C$  puolittaja leikkaa sivun  $AB$  pisteessä  $D$ . pisteiden välisille etäisyyksille on voimassa  $CD = 6$ ,  $AD = 4$  ja  $DB = 3$ . Määritä kolmion sivujen  $AC$  ja  $BC$  pituuksien tarkat arvot.
6.
  - a) Miten lineaarialgebran kurssilla määriteltiin vektorien kohtisuoruus ja projektio? (Ks. esimerkiksi viime syksyn Lineaarialgebran I:n kurssisivulta löytyvästä materiaalista *Johdatus lineaarialgebraan, Osa I*, s. 91-). Miten projektiota voisi havainnollistaa?

- b) (YO-tehtävä, K2012) Määritä kaikki vektorit  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ , joiden pituus on  $\sqrt{22}$  ja joiden kohtisuora projektio  $xy$ -tasolle on vektori  $2\vec{i} + 3\vec{j}$ .
- 7.\* (YO-tehtävä, K00) Kuution jokaiselle sivutahkolle asetetaan samanlainen säännöllinen nelisivuinen pyramidi. Näiden yhteinen korkeus määritetään siten, että kahden vierekkäisen pyramidin huiput ja vastavien tahkojen leikkaussärmä sijaitsevat samassa tasossa. Tällöin syntyy monitahokas, jota kutsutaan *rombidodekaedriksi*. Sen sivutahkot ovat suunnikkaita, jotka muodostuvat kahdesta vierekkäisten pyramidien sivutahkosta. **a)** Laske pyramidin korkeuden ja kuution särmän pituuden suhde. **b)** Laske rombidodekaedrin sivutahkon kulmat asteen tarkkuudella. **c)** Laske rombidodekaedrin ja kuution tilavuuksien suhde.
- i. Avaruusgeometrian tehtävät ovat monille vaikeita hahmottaa. Minäkälaisia piiroksia voit piirtää yo. tehtävästä? Keksitkö muita havainnollistuksia?
  - ii. Laske tehtävä!