

Mm. seuraavista, tämänkin luennon lähteinä olleista teoksista löydät lisää matematiikan historiasta yleisesti:

- ▶ Matematiikan historia (Matti Lehtinen, luentomoniste)
- ▶ The History of Mathematics: An introduction (David M. Burton)

# Miten ja miksi geometria alkoi

- ▶ Geometrinen ornamentiikka jo kivikauden aikaisessa keramiikassa ja tekstiileissä – *Ihmisen esteettiset tarpeet*
- ▶ Maanviljelyksen ja maanomistuksen kehittyminen – *Käytännön tarpeet*
- ▶ Temppelein alttarien mittasuhteet – *Rituaalis-uskonnolliset syyt*

- ▶ Egyptin, Mesopotamian, Intian ja Kiinan jokilaaksoissa n. 3000-2000 e.a.a.
- ▶ Epäsuorat todisteet
- ▶ Kirjalliset todisteet (Moskovan papyrus 1850 e.a.a., Rhindin papyrus 1650 e.a.a., savitaulut)

- ▶ Hieroglyfeillä
- ▶ Ympyrän ala laskettu kaavalla, joka vastaa  $\pi$ :n arvoa  $\frac{256}{81} = 3,16$ .
- ▶ Yhdenmuotoisten kuvioden alojen suhde = vastinsivujen suhteen neliö.
- ▶ Katkaistun neliöpohjaisen pyramidin tilavuus oikealla kaavalla

$$V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2).$$

- ▶ HUOM! Ei kaavoja, vaan konkreettisia laskuja/toimintaohjeita.

- ▶ Nuolenpääkirjoituksella.
- ▶ Pythagoraan lause tunnettiin.
- ▶ Laskuissa ympyrän kehän ja halkaisijan suhde = 3 tai =  $3\frac{1}{8}$ .
- ▶ HUOM! Ei kaavoja, vaan konkreettisia laskuja/toimintaohjeita.

# Antiikin Kreikka ( $\neq$ nyk. Kreikka)

- ▶ Numeroiden esittäminen kirjaimilla alkujaan Antiikin Kreikasta.
- ▶ Matematiikka itsenäiseksi tieteen kreikkalaisen kulttuurin parissa n. 500 e.a.a.
- ▶ Esitettiin ja ratkaistiin puhtaasti matemaattisia ongelmia ilman käytännön tarvetta (vrt. egyptiläinen ja babylonialainen geometria)!
- ▶ Epäsuorat todistukset tyypillisiä.

*Thalesin* (624–547 e.a.a.) sanotaan esittäneen seuraavat 5 teoremaa

1. Tasakylkisen kolmion kantakulmat ovat yhtä suuret.
  2. Ristikulmat ovat yhtä suuret.
  3. Kaksi kolmiota, joilla on yhtä suuret kaksi kulmaa ja niiden välinen sivu, ovat yhtenevät.
  4. Ympyrän jokainen halkaisija jakaa ympyrän kahteen yhtä suureen osaan.
  5. Puoliympyrän kaaren sisältämä kulma on suora. (*Thaleen lause*)
- \* Huomaa, että yo. lauseet ovat kuvioden *ominaisuuksia* koskevia lauseita!

Pythagoras  $\approx$  pythagoralaisten koulukunta (n. 500 e.a.a) tutkivat paljon mm. lukuteoriaa ja musiikkiin liittyviä suhteita/keskiarvoja.

- ▶ Tunnuksena pentagrammi.
  - ▶ Kolmion kulmien summa = 180 astetta.
  - ▶ Pythagoraan lause mahdollisesti peräisin pythagoralaisilta.
  - ▶ Eivät jättäneet kirjallisia teoksia, tieto siirrettiin suullisesti.
- ! Pohdi, mitä matematiikkaa pentagrammiin liittyy!



# Antiikin kolme suurta ongelmaa

- ▶ Ympyrän neliöinti.
- ▶ Kulman kolmijako.
- ▶ Kuution kahdentaminen.

HUOM! Vasta 1800-luvulla onnistuttiin todistamaan, ettei mitään yllä olevista voida konstruoida harpilla ja viivottimella (lukuunottamatta erikoistapaksia kulman kolmijaossa)!

Alkeet (Elementa, Stoikheia) sisältää koko Eukleidesta edeltävän ajan matematiikan, mm.

- ▶ alkeisgeometrian aksioomat,
  - ▶ suhdeopin ja ”tyhjennysmenetelmän”,
  - ▶ lukuteoriaa,
  - ▶ avaruusgeometriaa ja todistuksen täsmälleen viiden *Platonin kappaleen* olemassaolosta.
- ! Aksiomaattis-deduktiivinen esitys!

# Elementan viisi aksiomaa

1. Mistä tahansa pisteestä voidaan piirtää suora mihin tahansa pisteeseen. (Tämän on ymmärretty sisältävän implisiittisesti myös tällaisen suoran yksikäsitteisyyden.)
2. Jana voidaan jatkaa suoraksi.
3. Voidaan piirtää ympyrä, jonka keskipiste on mikä hyvänsä ja säde mikä hyvänsä.
4. Kaikki suorat kulmat ovat keskenään samat.
5. Jos suora leikkaa kaksi muuta suoraa siten, että samalle puolelle sitä syntyy kaksi sisäpuolista leikkauskulmaa, jotka ovat yhteensä vähemmän kuin kaksi suoraa kulmaa, niin suorat, jos niitä rajatta jatketaan, kohtaavat toisensa sillä puolen kolmatta suoraa, missä ovat kaksi mainittua kulmaa, jotka ovat yhteensä vähemmän kuin kaksi suoraa kulmaa. (Paralleeliaksioma)

Arkhimedes antiikin lahjakkain matemaatikko ja luonnontieteilijä! Hän todisti mm.

- ▶ ekshaustiomenetelmällä ympyrälle:  $A = \frac{1}{2} \cdot (\text{kehän pituus}) \cdot r$  ,
- ▶ paraabelin alan ja pallon tilavuuden.

Nimitykset ellipsi, paraabeli ja hyperbeli ovat peräisin Apolloniokselta, joka tutki kartioleikkauksia.

- ▶ Tarkennuksia Elementaan.
  - ▶ Projektiivinen geometria (Desargues, Pascal, Poncelet).
  - ▶ Ympyräpeilaus eli inversio (Steiner).
  - ▶ Epäeuklidiset geometriat (Poincaré, Saccheri, Lambert, Legendre, Gauss, Bolyai, Riemann, Klein, ..).
- ! Yhdeksän pisteen ympyrä