

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Geometria, kevät 2015

Kertaustehtäviä 1. kurssikoetta varten

Kertaamme 1. kurssikokeeseen perjantain 27.2. luennolla, mutta erillisiä malliratkaisuja näihin tehtäviin ei tule. Muistathan, että 1. kurssikokeen koalueeseen tulee myös koulugeometrian osalta Moodlessa tällä hetkellä olevien esitelmien aiheet.

1. Hahmottele todistus sille, että janalla on äärettömän monta pistettä.
2. Olkoon ABC kolmio. Osoita, että $\overline{AC} \cong \overline{BC}$, jos ja vain jos $\angle CAB \cong \angle CBA$.
3. Osoita, että piste D on janan AB keskinormaalilla, jos ja vain jos $\overline{AD} \cong \overline{BD}$.
4. Osoita, että kulma voidaan puolittaa.
5. Olkoot pisteet A ja B ovat eri puolilla suoraa a . Oletetaan, että C ja D ovat suoran a pisteitä siten, että $AC \perp a$ ja $BD \perp a$, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. Olkoon M janan CD keskipiste. Osoita, että M on janan AB keskipiste.
6. Todista *kolmioepäyhtälö*.
7. Osoita, että jos a on suora ja $A \notin a$, niin on olemassa *täsmälleen yksi* suora b siten, että $A \in b$ ja $a \parallel b$.
8. Olkoon ABC kolmio. Olkoon a suora siten, että $C \in a$ ja $a \parallel AB$. Osoita suorien a , AB , AC ja BC avulla, että kulman $\angle ACB$ vieruskulma on kulmien $\angle CAB$ ja $\angle ABC$ summa.
9. Olkoot Γ O -keskinen ympyrä ja Γ' O' -keskinen ympyrä siten, että O' on ympyrän Γ ulkopuolella. Oletetaan lisäksi, että ympyrät sivuavat pisteessä A ja että $\overline{OA} \cong \overline{O'A}$. Olkoon $B \in \Gamma$ ja $B' \in \Gamma'$ samalla puolella suoraa OA siten, että kulmat $\angle BOA$ ja $\angle B'O'A$ ovat suoria kulmia. Osoita, että $\angle BAB'$ on suora.
10. Olkoot Γ O -keskinen, \overline{OA} -säteinen ympyrä ja Γ' O' -keskinen, $\overline{O'A}$ -säteinen ympyrä. Oletetaan, että $\overline{OA} \cong \overline{O'A}$. Oletetaan, että suora a sivuaa ympyrää Γ pisteessä B ja ympyrää Γ' pisteessä C , lisäksi $C \neq B$. Oletetaan, että Γ :n kaikki pisteet paitsi B ovat eri puolella suoraa a , kuin Γ' :n kaikki pisteet lukuunottamatta pistettä C . Osoita, että suora OO' leikkaa janan BC sen keskipisteessä.

11. Osoita, että kolmion sisälle voidaan piirtää ympyrä, joka sivuaa kolmion kaikkia sivuja.