

Nimi: _____

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos (opettajankoulutus)
GeoGebra opetuksessa
Kevät 2015
Viikko 13 (ma 23.3. ja ke 26.3.)

Työviikko 3 Laskentataulukko. Tilastoja ja todennäköisyyksiä.

Ohjeet harjoitustehtävien tekemiseen ja palauttamiseen:

- * Käytä tehtävien ratkaisemiseen GeoGebraa.
- * Kun olet ratkaissut tehtävän – ja olet valmis esittämään sen ryhmälle, merkitse tehtävän vasemmalla puolella olevaan ruutuun 1.
- * Jos ratkaisit tehtävästä osan (esimerkiksi puolet alakohdistista) tai et saanut ratkaisua loppuun saakka, merkitse ruutuun 1/2.
- * Laske lopuksi tekemiesi tehtävien kokonaismäärä ja merkitse pisteet ensimmäiseen ruutuun. Puolikkaista tehtävistä saat puolikkaista pisteitä.
- * Aikaa tehtävien ratkaisemiseen on viikko: palauta tämä tehtäväpaperi viimeistään ensi viikon maanantaina ryhmätapaamisen alkaessa.
- * Ei ole välttämätöntä tallentaa jokaisen tehtävän työtiedostoa työtiedostoa (ellei tehtävänannossa nimenomaisesti tätä pyydetä). Muistathan kuitenkin, että pisteen merkitseminen edellyttää, että olet valmistautunut esittämään ratkaisun ryhmälle.

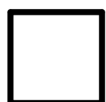
Tällä työviikolla ratkaistuja tehtäviä yhteensä: merkitse lukumäärä ruutuun

1. Kaikkea ei aina tarvitse tehdä alusta asti itse: opetukseen sopivaa materiaalia löytyy mm. GeoGebra-verkostojen nettisivuilta.

Tutustu GeoGebraTubeen:

- mene osoitteeseen tube.geogebra.org
- Tube on GeoGebbran käyttäjien yhteinen materiaalipankki. Jokainen rekisteröitynyt käyttäjä voi ladata sinne materiaalia omaan ja yhteiseen käyttöön. Latausvaiheessa materiaalille määritellään näkyvyysasetukset. Julkiseen käyttöön jaettu materiaali on kaikkien sivustolla vierailevien vapaasti käytettävissä ja muokattavissa.
- hae sivustolta materiaalia kirjoittamalla hakusana kenttään: suosituimmat hakusanat on listattuna oikealla, mutta voit valita hakusanan itse
 - voit halutessasi rajata haun esimerkiksi kielen tai ikäryhmän mukaan käyttämällä *hakutyökaluja*
 - osa materiaalista on yksittäisiä *työkirjoja*, osa useasta työkirjasta koostuvia *GeoGebra-kirjoja*; voit rajata materiaalin tyyppin hakuvaiheessa
- kun löydät mielenkiintoisen materiaalin, klikkaa sen otsikkoa tai kuvaketta
 - pääset tarkastelemaan materiaalia selaimessa painamalla *Näytä työkirja*
 - voit ladata materiaalin omalle koneellesi valitsemalla *Lataa koneellesi*, hyväksymällä sopimusehdot ja painamalla *Lataa GeoGebra-tiedosto*; tämän jälkeen materiaali avautuu GeoGebra-ohjelmistossa ja voit muokata sen omaan käyttöösi sopivaksi.
- lataa valitsemasi materiaali omalle koneelle
- mitä etuja ja haittoja näet valmiin materiaalin käyttämisessä omassa opetuksessa?

Nimi: _____

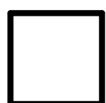
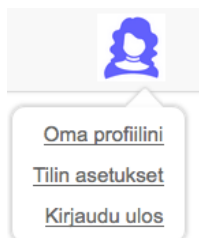


2. Luo käyttäjätili kansainvälisen GeoGebra-verkoston sivustolle. Jos sinulla on jo tili, voit merkitä tehtävän tehdyksi.

- mene osoitteeseen www.geogebra.org
- valitse *Kirjaudu* ylhäältä oikealla
- valitse *Luo tili*
- rekisteröityminen edellyttää voimassaolevan *sähköpostiosoitteen*: vahvistusviesti lähetetään antamaasi sähköpostiosoitteeseen
- valitse *salasana* kirjautuaksesi myöhemmin tiliisi

Rekisteröityneenä käyttäjänä pääset lisäämään omia GeoGebra-työtiedostoja *tubeen* sekä luomaan GeoGebra-kirjoja.

- Tutustu *Tilin asetuksiin* klikkaamalla sivuston oikeassa yläkulmassa olevaa kuvaketta.



3. Opettaja voi välittää GeoGebra-työtiedostoja ja tehtäväpohjia oppilaille monella tavalla. Materiaalin voi tallentaa koulun verkkolevyille tai muuhun sopivaan paikkaan, esimerkiksi *peda.net*:in, joka on käytössä useissa kouluissa. Yksi hyvä ratkaisu on ladata materiaali *geogebraTubeen*.

Lataa materiaalia GeoGebraTubeen:

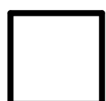
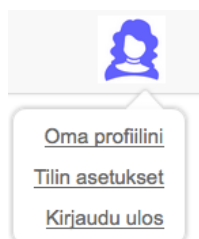
- mene osoitteeseen tube.geogebra.org
- paina *Kirjaudu* ylhäällä oikealla olevasta painikkeesta
- kirjautu tehtävässä 4 luomaasi tiliin: ilmoita sähköpostiosoitteesi ja salasanasi
- paina *Lataa materiaalia palvelimelle*

Valitse jokin tekemäsi ja tallentamasi *ggb*-tiedosto (esimerkiksi edellisten viikkojen harjoituksista) ja paina sen jälkeen *Lataa Tubeen*:

- ensimmäisellä sivulla määrittelet *oppilaalle tulevat tiedot*
 - painikkeesta *Asetukset edistyneille...* pääset valitsemaan, näkyykö valmiissa työkirjassa valikkorivi, työvälinepalkki ja syöttökenttä, ja onko hiiren oikean painikkeen käyttö (eli Ominaisuudet-ikkuna) käyttäjän käytettävissä
- toisella sivulla
 - määrittelet *muille opettajille tulevat tiedot*,
 - lisäät *avainsanat*, joilla muut käyttäjät voivat materiaali hakiessaan löytää työtiedostosi: avainsana "suomi" auttaa muita suomalaisia opettajia löytämään materiaalisi,
 - määrittelet *yksityisyysasetukset*: voit valita, haluatko jakaa materiaalisi julkisesti vai pitää sen yksityisenä
- vahvista lataus painamalla *Tallenna*

Kun olet kirjautuneena, niin kaikki sivustolle lataamasi materiaali on listattuna *Oma profiilini*-sivulla.

- pääset jälkikäteen muuttamaan, muokkaamaan ja poistamaan latauksiasi



4. *YO s2014 lyhyt matematiikka/tehtävä 8.*

Alla olevassa taulukossa ovat jääkiekon SM-liigan kuuden seuratuimman joukkueen keskimääräiset kotiottelujen katsojaluvut liigakaudella 2011-2012.

- Laske katsojalukujen keskiarvo ja keskihajonta.
- Minkä joukkueiden katsojaluvut poikkeavat keskiarvosta enemmän kuin keskihajonnan verran?

Jokerit	9173
HIFK	8266
Kärpät	5821
TPS	5534
Tappara	5359
Ilves	5177

Nimi: _____

5. Eräs menetelmä luvun $\sqrt[3]{a}$, missä $a \in \mathbb{R}$, laskemiseksi perustuu rekursiokaavaan

$$x_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2x_n + \frac{a}{(x_n)^2} \right)$$

missä $n=1,2,\dots$ ja $x_1 = 1$. Tarkastele kyseistä jonoa a :n arvolla $a=9$. Millä indeksin n arvolla näin lasketut likiarvot ensimmäisen kerran toteuttavat ehdon: lukujen x_n ja x_{n+1} kymmenen ensimmäistä desimaalia ovat samat?

6. (a) Selvitä lukujen 23, 12, 45, 32, 2, 15 ja 42 keskiarvo, keskihajonta sekä mediaani. Piirrä jakaumaa kuvaava laatikkokuva. GeoGebrassa on helppo tutkia sitä, miten yhden havaintoarvon muuttaminen vaikuttaa tunnuslukuihin:
(b) Miten tunnusluvut muuttuvat, jos viimeksi mainittu luku onkin 142? (Miten selität ilmiön?) Piirrä jakaumaa kuvaava laatikkokuva.

7. Luentokalvojen tehtävä 1: funktion arvojen taulukoiminen
Funktion arvot voidaan viedä taulukkoon kahdella tavalla
➤ Kumpi tavoista on mielestäsi opetuksen kannalta parempi tai havainnollisempi?
Miksi?

8. Luentokalvojen tehtävä 2: auringonkukan kasvun kuvaaminen

9. Luentokalvojen tehtävä 3: auton polttoaineen kulutuksen riippuvuus nopeudesta

10. Luentokalvojen tehtävä 4: planeetan etäisyyden ja kiertoajan välinen yhteys

11. Luentokalvojen tehtävän 4 jatkotehtävä

12. Luentokalvojen tehtävä 5: MAA4-kurssin pistejakauma

13. Luentokalvojen tehtävä 6: kurssikokeen pistejakauma

14. Luentokalvojen tehtävä 7: koululaisten koulumatkat

15. Luentokalvojen tehtävä 8: GeoGebra-täydennyskoulutuskurssin ikäjakauma, jatkuu

16. Luentokalvojen tehtävä 9: luokiteltu aineisto

17. YO K2015 lyhyt matematiikka/tehtävä 13.
Erään koulun matematiikan ylioppilaskokeen arvosanjakauma oli oheisen taulukon mukainen.

Nimi: _____

arvosana	numeroarvo	lukumäärä
<i>laudatur</i>	7	7
<i>eximia</i>	6	20
<i>magna</i>	5	30
<i>cum laude</i>	4	16
<i>lubenter</i>	3	9
<i>approbatur</i>	2	4
<i>improbatur</i>	0	0

Määritä arvosanojen keskiarvo ja keskihajonta, kun arvosanoille käytetään taulukkoon merkittyjä numeroarvoja.

Kolmessa viimeisessä tehtävässä tutustutaan *Todennäköisyyslaskuriin*.

18. (a) *YO K2013 lyhyt matematiikka/tehtävä 12*

Valmistajan tarkistusmittauksissa todettiin, että hajuvesipullon sisällön määrä noudattaa normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on 52 millilitraa ja keskihajonta 1,25 millilitraa. Millä todennäköisyydellä hajuvesipullon sisältö on alle 50 millilitraa? *V: 5,48%*

- (b) *YO K2015 pitkä matematiikka/tehtävä 6*

Oletetaan, että väestön älykkyydosamäärä noudattaa normaalijakaumaa $N(100, 15)$.

Määritä odotusarvon 100 ympäriltä symmetrinen väli, johon kuuluu täsmälleen puolet väestöstä.

Huomautus: tässä merkintä $N(100, 15)$ tarkoittaa (MAOL-taulukoiden merkintöjä noudattaen): keskihajonta on 15. Useimmissa tilastotieteen oppikirjoissa tämä merkintä kuitenkin tarkoittaa, että varianssi on 15, jolloin keskihajonta olisi $\sqrt{15}$.

MAOLin pisteytysohjeissa *yhden pisteen tarkkuudella* annetut vastaukset hyväksytään.

19. (Binomijakauma) Heitetään noppaa 60 kertaa. Tarkastellaan *kuutosten esiintymistä*, eli satunnaismuuttujaa $X = \text{kuutosten lukumäärä}$. Esitä $X:n$ jakauma

todennäköisyyslaskurissa ja selvitä vastaukset kysymyksiin:

(a) Millä $X:n$ arvolla on suurin todennäköisyys? Entä toiseksi suurin?

(b) Mikä on $X:n$ eli saatujen kuutosten odotusarvo?

(c) Millä todennäköisyydellä saadaan 10 kuutosta?

(d) Millä todennäköisyydellä saadaan vähintään 10 kuutosta?

Mitkä ovat (c) ja (d)-kohtien todennäköisyydet, jos jakaumaa approksimoidaan normaalijakaumalla?

20. (Poisson-todennäköisyys: Poisson-jakaumasta on ollut tehtäviä sekä lyhyen (S2004) että pitkän (K2000) oppimäärän ylioppilaskokeessa)

Uuden ensiapuaseman aloitettua toimintansa asemalle saapui lauantai-iltaisain keskimäärin 3 potilasta tunnissa. Tämän perusteella henkilökunnan lukumäärä mitoitettiin palvelemaan neljä asiakasta tunnissa. Voidaan olettaa, että asiakkaiden saapuminen asemalle noudattaa *Poisson-jakaumaa*. Arvioi Poissonin jakauman avulla todennäköisyys (riski), että aseman palvelukapasiteetti seuraavana lauantaina ylittyy. *V: 18,47%*