

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Topologia I 2014

Tehtävät 17.3. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa tutkaillaan relatiivitopologiaa, joukon sisäpisteitä, ulkopisteitä ja reunaa.

1. (Tehtävä 7:1) Todista lause 7.9.

2. (Tehtävä 7:2) Tarkastellaan seuraavia joukkoja $A \subset \overline{B^2}$, missä B^2 on tason \mathbb{R}^2 yksikkökuula. Käytetään relatiivitopologiaa. Ovatko joukot avoimia?

(a) $A = \{(x, y) \in \overline{B^2} \mid xy > 0\}$,

(b) $A = \{(x, y) \in \overline{B^2} \mid xy \geq 0\}$.

3. (Tehtävä 7:8) Kokoelma $\mathcal{D} \subset \mathcal{P}(X)$ on peite, jos $X = \bigcup \mathcal{D}$. Oletetaan, että \mathcal{D} on avaruuden X peite, jonka jokainen jäsen on avoin joukko. Oletetaan, että $f: X \rightarrow Y$ on metristen avaruuksien X ja Y välinen kuvaus, jolle jokainen rajoittuma $f|_A$ on jatkuva, missä $A \in \mathcal{D}$. Osoita, että f on jatkuva.

4. Määritä joukon $A \subset \mathbb{R}$ sisäpisteet, ulkopisteet ja reunapisteet kun

(a) $A =]-1, 1]$,

(b) $A = \{3\}$.

5. (Tehtävä 8:1) Määritä joukon \mathbb{Q} sisä-, ulko- ja reunapisteet avaruudessa \mathbb{R} .

6. Tarkastetaan avaruutta X , jossa on $\{0, 1\}$ -metriikka. Oletetaan, että $x \in X$. Määritä joukon $\{x\}$ sisä-, ulko- ja reunapisteet.