

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Topologia I I 2014

Tehtävät 13.1. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa kertaillaan joukko-opin tietoja (ja vähän analyysiä). Jotkin merkinnät löytyvät topologian kurssikirjasta.

1. Oletetaan, että A ja B ovat joukkoja. Mitä seuraavat väitteet tarkoittavat ja millä ehdolla ne ovat totta:

- (i) $A \in B$,
- (ii) $A \subset B$,
- (iii) $A = B$.

2. Merkitään $A = \{1, \{2, 3\}\}$. Anna esimerkki sellaisesta B , että

- (i) $B \in A$,
- (ii) $A \in B$,
- (iii) $B \subset A$ ja $A \neq B$,
- (iv) $A \subset B$ ja $A \neq B$.

3. Oletetaan, että A , B ja C ovat joukkoja. Todista de Morganin laki

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C).$$

4. Ovatko ehdot $A \cap B = A$ ja $A \cup B = B$ yhtäpitäviä kaikilla joukoilla A ja B ? Liittyvätkö nämä jotenkin osajoukkorelaatioon?

5. Selvitä

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} \left(0, \frac{1}{k}\right).$$

6. Oletetaan, että $[a_1, b_1] \supset [a_2, b_2] \supset \dots$ on laskeva jono reaalilukujen joukon suljettuja välejä. Osoita, että leikkaus

$$\bigcap_{k=1}^{\infty} [a_k, b_k]$$

on epätyhjä.

7. (a) Lue ääneen $\bigcup\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$.

(b) Mikä on (a)-kohdan joukko?