Riskiteorian jatkokurssin laskuharjoitus 2, 24.2.2014

1. Sparre-Andersenin mallissa sattumisväli V on ekspnenttijakautunut parametrilla λ, vahingon suuruus on eksponenttijakautunut parametrilla ρ ja vakuutusmaksuja saapuu intensiteetillä $P > \lambda/\rho$. Olkoon U_0 alkupääoma, $Y^c(t)$ hetkeen t mennessä kertynyt tappio ja T^c jatkuvaan testaukseen perustuva vararikkohetki. Määrää raja-arvo

$$\lim_{U_0 \to \infty} U_0^{-1} \log \mathbb{P}(T^c < \infty).$$

2. (jatkoa)

a) Määrää $\mathbb{P}(T^c < \infty)$.

b) Olkoot parametrit λ, ρ ja $\varepsilon \in (0,1)$ kiinteitä. Miten suuri on intensiteetin P oltava, että olisi $\mathbb{P}(T^c < \infty) \leq \varepsilon$ ilman alkupääomaa.

3. (jatkoa) Vararikon vakavuus L määritellään ehdosta

$$L = \mathbb{E}\left(Y^c(T^c) - U_0 \,|\, T^c < \infty\right).$$

Osoita, että $L = 1/\rho$.

4. Olkoon $\xi = X - P$, missä X on gamma-$(2,1)$-jakautunut ja $P = 2.2$. Olkoot $\xi_1, \xi_2, \ldots$ riippumattomia ja samoin jakautuneita kuin ξ ja $Y_n = \xi_1 + \cdots + \xi_n$. Arvioi todennäköisyyksiä $\mathbb{P}(Y_{200} > 0)$ ja $\mathbb{P}(Y_{450} > 0)$

a) keskeisen raja-arvolauseen avulla

b) lauseen 2.5 avulla.

(Tarkat arvot: $\mathbb{P}(Y_{200} > 0) = 0.02380, \quad \mathbb{P}(Y_{450} > 0) = 0.00177.$)

5. (jatkoa) Esitä ylärajat edellisen tehtävän todennäköisyyksille nojautuen

a) Berry-Esseen approksimaatioon

b) kumulantit generoivan funktion konveksiin kojugaattiin (riskiteoria, lause 6.4.1).