

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Reaalianalyysi I
Real analysis I
Harjoitus 5, Vihjeitä
Exercise 5, Hints

2. Osoita ensin (suoralla laskulla), että väite pätee, jos f on yksinkertainen. Yleisessä tapauksessa valitse kasvava jono 1-kertaisia funktioita $f_k \rightarrow f$ ja käytä monotonisen konvergenssin lausetta.
5. Käytä Hardy-Littlewoodin lausetta $m(\{x \in \mathbb{R}^n : Mf(x) = +\infty\})$:n arvioimiseen.
6. Kiinteällä $t > 0$ kirjoitetaan $f = g + h$, missä $g = f\chi_{\{x: |f(x)| \leq t/2\}}$ ja $h = f\chi_{\{x: |f(x)| > t/2\}}$ (g niinkuin ”good”, h niinkuin ”huono”). Osoita sitten, että $\{x: Mf(x) > t\} \subset \{x: Mh(x) > t/2\}$ ja käytä Hardy-Littlewoodin lausetta funktioon h .
2. First prove (by a direct computation) that the claim holds for a simple function f . In the general case choose an increasing sequence of simple functions $f_k \rightarrow f$ and apply the monotone convergence theorem.
5. Use the Hardy-Littlewood theorem to estimate $m(\{x \in \mathbb{R}^n : Mf(x) = +\infty\})$.
6. For a fixed $t > 0$ write $f = g + h$, where $g = f\chi_{\{x: |f(x)| \leq t/2\}}$ and $h = f\chi_{\{x: |f(x)| > t/2\}}$. Prove then that $\{x: Mf(x) > t\} \subset \{x: Mh(x) > t/2\}$ and apply the Hardy-Littlewood theorem for the function h .