

Logiikka I

Åsa Hirvonen

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Helsingin yliopisto

14.2.2014

Vastauksista kerättyjä väitteitä - oikein vai väärin?

- Eheyslause sanoo, että jos jotakin pystytään johtamaan luonnollisella päättelyllä jostakin, on tämä alkuperäisen lauseen looginen seuraus.
- Jos voimme päätellä jotakin oletuksista, jotka ovat tosia, on myös johtopäätös tosi.
- Eheyslauseen avulla voimme päätellä onko jollekin asialle löydettävissä luonnollista päättelyä jostakin.
- Eheyslause sanoo, että emme voi päätellä mitään epätotta. Iloa ja hyötyä on se, että logiikassa on jotain järkeä.

Vastauksista kerättyjä väitteitä - oikein vai väärin?

- Eheyslauseen mukaan, jos propositiolause on tautologia, se voidaan johtaa luonnollisella päättelyllä.
- Voimme selvittää eheyslauseen avulla josko kahden lauseen välillä on sellainen yhteys, että toinen on johdettavissa toisessta luonnollisella päättelyllä. Jos on, nämä lauseet saavat samat totuusarvot samoilla totuusjakaumilla.

Harjoituksen 5 tehtävästä 10

- paljon hyviä vastauksia (oletatte logiikkaan perehtymättömiltä sukulaisilta aika paljon; ajatelkaa heitä kun muotoilette vastauksia)
- yleisin virhe oli sekoittaminen täydellisyyslauseeseen
- ilot/hyödyt?

Selvennys

Eheyslause: Jos propositiolauseista A_1, \dots, A_n voidaan päätellä propositiolause B , on B lauseiden A_1, \dots, A_n looginen seuraus.

Looginen seuraus: B on A :n looginen seuraus, jos ja vain jos jokainen totuusjakauma v , jolla $v(A) = 1$ pätee myös $v(B) = 1$.

Looginen ekvivalenssi: A ja B ovat loogisesti ekvivalentit, joss niillä on sama totuusarvo kaikilla totuusjakaumilla, joss $A \leftrightarrow B$ on tautologia.

Täydellisyslause: Jos A on tautologia, se voidaan päätellä. *Tätä ei todisteta eikä käytetä tällä kurssilla.*

Koeviikkoon liittyvää

1. kurssikoe on pe 28.2. klo 13-15 Exactumin auditorioissa.

Koealue: propositiologiikka.

Perjantaina 21.2. on kertaustunti.

Ohjausluokan C323 ohjaus on tauolla koeviikkjolla.

Ratkomossa on päivystys.

Koeviikon torstaille pyritään järjestämään päivystys – seuraa nettisivua!

Propositiologiikasta predikaattilogiikkaan

Tähän mennessä semantiikan (totuuden) on määrännyt **totuusjakauma** $v : \{p_n\} \rightarrow \{0, 1\}$.

Predikaattilogiikassa tutkimme monipuolisempia maailmoja.

Miksi predikaattilogiikkaa?

Tarkastellaan päättelyä

Kaikki kissat ovat mustia.

Nessi on kissa.

Siis Nessi on musta.

Päättely vaikuttaa pätevältä, mutta jos tutkimme sitä
propositiologiikan keinoin saamme päättelyn

p_0

p_1

p_2

Propositiologiikka “näkee” lauseita, ei objekteja, joista ne puhuvat.

Predikaattilogiikassa voimme puhua objekteista *muuttujien* avulla.

Predikaattilogiikan semantiikka antaa muuttujalle arvon. Mitä muuttujalla x tarkoitetaan? Eri asioita eri tilanteissa, mutta yhteistä on, että tulkinta tapahtuu *mallin* sisällä.

Malli eli struktuuri

Logiikassa malli on joukko varustettuna jonkinlaisella rakenteella. Malleja ovat esimerkiksi

- luonnolliset luvut \mathbb{N} järjestettynä järjestysrelaation \leq avulla
- reaalityöt yhteen- ja kertolaskuineen
- salin opiskelijat, joista voidaan erotella osajoukot, jotka koostuvat toisaalta vaaleahiuksista, toisaalta silmälasia käyttävistä
- ryhmät, renkaat, kunnat, vektoriavarauudet, ...

Unaariset struktuurit

Malli on *unaarinen* jos sen rakenteen muodostavat yksipaikkaiset relaatiot eli predikaatit. Tällöin malli \mathcal{M} koostuu mallin universumista $M = \text{dom}(\mathcal{M})$ ja annetuista osajoukoista (predikaateista).