Logiikka I

Åsa Hirvonen

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Helsingin yliopisto

20.1.2014

Totuusjakauma

Määritelmä

Totuusjakauma on funktio $v : \{p_n | n \in \mathbb{N}\} \to \{0, 1\}$.

Totuusjakauma antaa siis *propositiosymboleille* *totuusarvon* 0 tai 1.

Propositiolauseen totuusarvo

Määritelmä

Jos A on propositiolause ja v on totuusjakauma, A:n *totuusarvo* $v(A) \in \{0, 1\}$ määritellään induktiivisesti:

1. Jos A on propositiosymboli p_n, $v(A)$ on jo määritelty.
2. Jos A on $\neg B$ ja $v(B)$ on jo määritelty, niin $v(A) = 1$, jos ja vain jos $v(B) = 0$.
3. Jos A on $(B \wedge C)$ ja $v(B)$ ja $v(C)$ on jo määritelty, niin $v(A) = 1$, jos ja vain jos $v(B) = v(C) = 1$.

...

Propositiolauseen totuusarvo (jatk.)

Määritelmä

...

4. Jos A on $(B \vee C)$ ja $v(B)$ ja $v(C)$ on jo määritelty, niin $v(A) = 1$, jos ja vain jos ainakin toinen arvoista $v(B)$, $v(C)$ on 1.
5. Jos A on $(B \rightarrow C)$ ja $v(B)$ ja $v(C)$ on jo määritelty, niin $v(A) = 1$ jos ja vain jos ainakin toinen ehdoista $v(B) = 0$ tai $v(C) = 1$ pätee.
6. Jos A on $(B \leftrightarrow C)$ ja $v(B)$ ja $v(C)$ on jo määritelty, niin $v(A) = 1$, jos ja vain jos $v(B) = v(C)$.

Negaation totuustaulu

A	$\neg A$
1	0
0	1

Konjunktion totuustaulu

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Disjunktion totuustaulu

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Implikaation totuustaulu

A	B	$A \to B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Ekvivalenssin totuustaulu

A	B	$A \leftrightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Tautologia, ristiriita ja kontingenssi

Propositiolause voi olla

- aina tosi, eli *tautologia*, esim. $p_0 \vee \neg p_0$
- aina epätosi, eli *ristiriita*, esim. $p_0 \wedge \neg p_0$
- joskus tosi, joskus epätosi, eli *kontingentti*, esim. $p_0 \vee p_1$

Toteutuvuus ja kumoutuvuus

Propositiolause on

- *toteutuva*, jos se on joskus tosi
- *kumoutuva*, jos se on joskus epätosi

Propositiologiikan lausekategoriat