Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Geometria, kevät 2014
Harjoitus 2
27.1.2014 alkavalle viikolle

Tehtävissä 1-3 syvennytään taas Lehtisen materiaaliin. Tehtävissä 4-5 palataan edellisissä harjoituksissa käytettyihin koulugeometrian tietoihin ja mietitään niiden todistamista. Tehtävässä 6 mietitään tulosta, jota voi pohtia joko aksiomaattisen lähestymistavan näkökulmasta tai "koulutietojen" näkökulmasta.

1. Osoita, että jos $AB \cong A'B'$ ja $CD \cong C'D'$, niin $AB + CD \cong A'B' + C'D'$. (Tämä tarkoittaa, että yhtenevien janojen ekvivalenssiluokille voidaan määritellä edustajien avulla yhteenlasku, joka on hyvin määritelty eli ei riipu edustajien valinnasta.)

2. Osoita, että janalla AB on täsmälleen yksi sellainen piste E, että $AE \cong BE$. (Eli: janalla on yksikäsitteinen keskipiste. Kaikkia kolmioiden yhtenevyyslauseita voi käyttää.)

3. Osoita, että kulman $\angle ABC$ aukeamassa on sellainen piste D että $\angle ABD \cong \angle DBC$. (Edellisen tehtävän tulosta saa käyttää.)

4. Todista edellisissa harjoituksissa esiintynyt kulmanpuolittajalause. (Eli: *Oletetaan, että kolmion ABC kulman C puolittaja leikkaa sivun AB pisteessä P. Osoita, että* $\frac{AP}{PB} = \frac{AC}{BC}$)

5. Todista vektoreiden avulla edellisissä harjoituksissa esiintynyt tieto siitä, että kolmion keskijanat (eli mediaanit) leikkaavat samassa pisteessä, joka jakaa keskijanat suhteessa $2 : 1$.

6. Viidestä pisteestä mitkään kolme eivät ole samalla suoralla. Näytä, että pisteistä neljän välille voidaan aina piirtää kupera nelikulmio. (Voit valita todistuksen "kontekstin" itse; käytä joko koulugeometrian tuttuja tuloksia tai mieti asiaa aksiomatisointimme kannalta. Emme tosin ole siinä vielä määritelleet kuperaa nelikulmiota, mutta voit kuvitella, mitä se tarkoittaisi; yksinkertainen nelikulmio (ks. Lehtinen s. 8), jolle pätee tietty lisäehto...)