

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Geometria, kevät 2014

Harjoitus 1

20.1.2014 alkavalle viikolle

Tehtävissä 1-3 syvennytään Lehtisen materiaaliin. Tehtävissä 4-6 käsitellään pitkän matematiikan ylioppilastehtävien avulla lukion geometriaa ja sen opetusta.

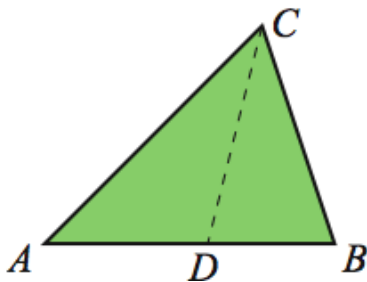
1. Luennoilla (pe 17.1.) ja Lehtisen materiaalissa on osoitettu seuraava lause (1.2.1): *Jos $A \neq C$, on olemassa ainakin yksi piste, joka on pisteiden A ja C välissä.* Käy vielä läpi kyseinen todistus ja näytä, miksi suora GE ei kulje kolmion ACF minkään kärjen kautta.

2. Osoita, että janan päätepisteet ovat yksikäsitteiset. (Voit käyttää kaikkia kappaleen 1.2 lauseita.)

3. Oletetaan, että pisteet A , B ja C eivät ole samalla suoralla eivätkä suoralla a . Oletetaan lisäksi, että suora a leikkaa janat AB ja AC . Osoita, että suora a ei tällöin leikkaa janaa BC . (Tässä siis saadaan Paschin aksioomaa vahvempi tulos: ”jos suora työntyy kolmion sisään niin se leikkaa täsmälleen kahta kolmion sivuista”.)

4. a) Etsi käsiisi jokin lukion pitkän matematiikan kurssin Geometria (MAA3) oppikirja. Mitä siellä kerrotaan kulman puolittajista? (Entä muista vastaavista käsitteistä? Mitä annetaan faktana? Todistetaanko jotain?)

b) Kolmion ABC kulman C puolittaja leikkaa sivun AB pisteessä D . Pisteiden välisille etäisyyksille on voimassa $CD = 6$, $AD = 4$ ja $DB = 3$. Määritä kolmion sivujen AC ja BC pituuksien tarkat arvot. (yo, S2013)



5. a) Miten lineaarialgebran kurssilla määriteltiin vektorien kohtisuoruus ja projektio? (Kurkkaa esim. viime syksyn Linis I:n kurssisivulta löytyvästä materiaalista *Johdatus lineaarialgebraan, Osa I*, s. 91-). Miten projektiota voisi havainnollistaa?

b) Määritä kaikki vektorit $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ joiden pituus on $\sqrt{22}$ ja joiden kohtisuora projektio xy -tasolle on vektori $2\vec{i} + 3\vec{j}$. (yo, K2012)

6. a) Pöydällä on kolme samankokoista palloa, joista kukin koskettaa kahta muuta. Niiden päälle asetetaan neljäs samanlainen pallo, joka koskettaa kaikkia kolmea alkuperäistä palloa. Mikä on rakennelman korkeus? Anna vastauksena tarkka arvo pallojen säteen avulla lausuttuna. (yo, S2013)



Kuva: Pekka Alestalo 2012

b) Kolmiulotteisiin tilanteisiin liittyvät tehtävät ovat monille hankalia hahmotettavia. Minkälaisia piirroksia a-kohdan tehtävästä voit piirtää? Mitä muita havainnollistuksia keksit?