

Algebra I

9.4.2014

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Tilannekatsaus

Ovatko tehtävät olleet hankalia? Vai liian helppoja? Tuntuuko jokin aihe erityisen haastavalta? Onko jokin asia jäänyt epäselväksi? Mitkä on fiilikset?

premo.helsinki.fi/alg

Tyisiä lukuja ja tyisiä polynomeja

- Luku 1 jakaa minä tahansa kokonaisluvun.
- Vakiopolyomi jakaa minkä tahansa polynomin.

Jaoton polynomi

- Jaottomala polynomilla on vain kahdenalaisia tekijöitä: polynomi itse ja vakiopolynomit.
- Vakiopolynomi ei ole jaoton.

Esimerkki

Onko renkaan $\mathbb{Z}_3[X]$ polynomi $P = X^2 + 2$ jaoton?

Ryhmähomomorfismi

Määritelmä

Olkoot G ja H ryhmiä. Kuvausta $f: G \rightarrow H$ nimitetään ryhmähomomorfismiksi, jos seuraava ehto pätee:

$$f(xy) = f(x)f(y) \text{ kaikilla } x, y \in G.$$

Määritelmä

Olkoot V ja U vektoriavaruuksia. Kuvaus $L: V \rightarrow U$ on lineaarikuvaus, jos seuraavat ehdot pätevät:

- a) $L(\bar{x} + \bar{y}) = L(\bar{x}) + L(\bar{y})$ kaikilla $\bar{x}, \bar{y} \in V$
- b) $L(c\bar{x}) = cL(\bar{x})$ kaikilla $c \in \mathbb{R}$ ja $\bar{x} \in V$.

Ydin $\text{Ker } f$

Määritelmä

Ryhmähomomorfismin $f: G \rightarrow H$ ydin koostuu niistä lähtöjoukon alkioista, jotka kuvautuvat neutraalialkiolle e_H .

Ydin Ker L

Määritelmä

Lineaarikuvauksen $L: V \rightarrow W$ ydin koostuu niistä lähtöjoukon alkioista, jotka kuvautuvat nollavektorille 0_W .

Kuva $\text{Im } f$

Ryhmähomomorfismin f kuvajoukkoa merkitään $\text{Im } f$.

Kuva $\text{Im } L$

Lineaarikuvauksen L kuvajoukkoa merkitään $\text{Im } L$.

Esimerkki

Osoitetaan, että kuvaus $f: \mathbb{Z} \rightarrow S_3$, $f(k) = (123)^k$ on ryhmähomomorfismi.