

Algebra I

1.4.2014

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Jäännösluokkien laskutoimitukset

Voiko sivuluokkien joukossa \mathbb{Z}_7 määritellä laskutoimituksen $*$ kaavalla

$$[a]_5 * [b]_5 = [\min\{a, b\}]_5?$$

Jäännösluokkien laskutoimitukset

Sivuluokkien joukossa \mathbb{Z}_7 voi määritellä laskutoimituksen kaavalla

$$[a]_5 + [b]_5 = [a + b]_5.$$

Muutetaan jäännösluokkien laskutoimitus sivuluokkien kielelle.

Sivuluokkien laskutoimitus

Ryhmällä S_3 on aliryhmä $\{(1), (13)\}$.

Määritellään laskutoimitus sivuluokkajoukossa S_3/H .

Sivuluokkien laskutoimitus

Oletetaan, että G on ryhmä, jolla on aliryhmä H .

Halutaan määritellä sivuluokkien joukossa laskutoimitus \cdot kaavalla

$$aH \cdot bH = abH.$$

Mitä pitää tarkistaa?

LOPPUTULOS: Laskutoimitus voidaan määritellä, jos

$$gH = Hg \quad \text{kaikilla } g \in G.$$

Normaali aliryhmä

Määritelmä

Ryhmän G aliryhmä N on *normaali*, jos sen vasemmat ja oikeat sivuluokat ovat samat eli

$$gN = Ng \quad \text{kaikilla } g \in G.$$