

Algebra I

18.2.2014

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Käytännön asioita

Uusi ohjausaika tiistaina klo 14-16.

Määritelmä

Olkoon G ryhmä ja g sen alkio. Pienintä aliryhmää, joka sisältää alkion g , kutsutaan *alkion g virittämäksi aliryhmäksi* ja merkitään symbolilla $\langle g \rangle$.

Lause

Ryhmän G alkion g virittämä aliryhmä voidaan kirjoittaa muodossa

$$\langle g \rangle = \{g^n \mid n \in \mathbb{Z}\}.$$

Alkion virittämän aliryhmän määrittäminen

Lemma 1

Olkoon G ryhmä ja g jokin sen alkio. Oletetaan, että positiiviselle kokonaisluvulle n pätee $g^n = e$. Tällöin

$$\langle g \rangle = \{e, g, g^2, \dots, g^{n-1}\}.$$

Esimerkkejä

Ryhmän \mathbb{Z} aliryhmä $\langle 4 \rangle$.

Ryhmän \mathbb{Z}_{16} aliryhmä $\langle [4]_{16} \rangle$.

Ryhmän $GL_2(\mathbb{R})$ aliryhmä

$$\left\langle \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\rangle.$$

Ryhmän S_5 aliryhmä $\langle (1452) \rangle$.

Mitkä seuraavista väitteistä ovat totta?

Oletetaan, että G on ryhmä.

- a) Jos $g^n = e$, niin alkion g kertaluku on n .
- b) Alkion $g \in G$ kertaluku on pienin positiivinen kokonaisluku n , jolle pätee $g^n = e$.
- c) Alkion $g \in G$ kertaluku on aliryhmän $\langle g \rangle$ alkioden lukumäärä.