

Algebra I

12.2.2014

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

	\oplus	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
	<i>a</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
a)	<i>b</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	<i>c</i>
	<i>c</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
	<i>d</i>	<i>d</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>

	\cdot	(1)	(12)	(34)	(12)(34)
	(1)	(1)	(12)	(34)	(12)(34)
b)	(12)	(12)	(1)	(12)(34)	(34)
	(34)	(34)	(12)(34)	(1)	(12)
	(12)(34)	(12)(34)	(34)	(12)	(1)

	$+$	1	2	3	4
	1	1	2	3	4
c)	2	2	3	4	1
	3	3	4	1	2
	4	4	1	2	3

Esimerkki isomorfismista

Ryhmät \mathbb{Z} ja $2\mathbb{Z} = \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ ovat isomorfiset.

Isomorfismin määritelmä

Määritelmä

Olkoot $(G, *)$ ja (H, \circ) ryhmiä ja $f: G \rightarrow H$ jokin kuvaus. Kuvaus f on *ryhmäisomorfismi*, jos seuraavat ehdot pätevät:

(IM1) Kuvaus f on bijektio.

(IM2) Kaikilla ryhmän G alkioilla x ja y pätee

$$f(x * y) = f(x) \circ f(y).$$

Vektoriavaruuksien välinen isomorfismi

Vektoriavaruuksien välinen isomorfismi

Oletetaan, että V ja W ovat vektoriavaruuksia. Ne ovat isomorfiset, jos on olemassa kuvaus $L: V \rightarrow W$, jolle pätee

- a) $L(\bar{v} + \bar{w}) = L(\bar{v}) + L(\bar{w})$ kaikilla $\bar{v}, \bar{w} \in V$
- b) $L(c\bar{v}) = cL(\bar{v})$ kaikilla $c \in \mathbb{R}$ ja $\bar{v} \in V$
- c) L on bijektio.

Aliryhmä

Onko joukko $\{[0]_{12}, [1]_{12}, [11]_{12}\}$ ryhmän \mathbb{Z}_{12} aliryhmä?

Aliryhmä

Keksi jokin epätriviaali aliryhmä ryhmälle \mathbb{Z}_{12} .