Algebra I

5.2.2014

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö

Miten korjaisit ratkaisua?

Tehtävä: Osoitetaan, että $17\mathbb{Z}$ on ryhmän $\mathbb{Z}$ aliryhmä.

Ratkaisu:

(H1) Oletetaan, että $n, m \in \mathbb{Z}$. Nyt $17n, 17m \in 17\mathbb{Z}$. Nähdään, että

$$17n + 17m = 17(n + m) \in 17\mathbb{Z}.$$

(H2) Ryhmän $\mathbb{Z}$ neutraalialkio on 0. Koska $0 = 17 \cdot 0$, niin $0 \in 17\mathbb{Z}$.

(H3) $17(-n) \in 17\mathbb{Z}$. Pätee $17n + 17(-n) = 0$ ja $17(-n) + 17n = 0$.

Uuden vastauksen alku

Ensinnäkin $17\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}$.

(H1) Oletetaan, että $a, b \in 17\mathbb{Z}$. Nyt $a = 17n$ ja $b = 17m$ joillakin $n, m \in \mathbb{Z}$. Huomataan, että

$$a + b = 17n + 17m = 17(n + m) \in 17\mathbb{Z}.$$

Aliryhmä

Määritelmä

Oletetaan, että $(G, \cdot)$ on ryhmä ja $H \subset G$. Pari $(H, \cdot)$ on ryhmän $(G, \cdot)$ *aliryhmä*, jos seuraavat ehdot toteutuvat:

(H1) Joukko H on vakaa laskutoimituksen suhteen, eli jos $g, h \in H$, niin $gh \in H$.

(H2) Ryhmän $(G, \cdot)$ neutraalialkio on joukossa H.

(H3) Joukko H sisältää kaikkien alkioidensa käänteisalkiot laskutoimituksen $\cdot$ suhteen, eli $g^{-1} \in H$ kaikilla $g \in H$.

Esimerkki

Lasketaan ryhmän S_5 permutaatioiden $\sigma = (253)$ ja $\tau = (1243)$ tulo $\sigma\tau$.

Rubikin kuutio