

# Algebra I

29.1.2014

Helsingin yliopisto  
Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö

# Potenssi

Oletetaan, että  $G$  on ryhmä, jossa on alkio  $x$ . Olkoon  $n \geq 1$  positiivinen kokonaisluku.

Tällöin

- $x^n = \underbrace{x \cdot x \cdots x}_{n \text{ kpl}}$
- $x^0 = e$
- $x^{-n} = (x^n)^{-1}$ .

# Potenssien laskusäännöt

## Lause

Olkoon  $G$  ryhmä ja  $x$  sen alkio. Seuraavat kaavat pätevät kaikilla kokonaisluvuilla  $m$  ja  $n$ :

$$\text{a) } (x^n)^{-1} = (x^{-1})^n \quad \text{b) } x^m \cdot x^n = x^{m+n} \quad \text{c) } (x^m)^n = x^{nm}.$$

# Yhteelaskumerkintä

Toisinaan ryhmän laskutoimituksella on yhteenlaskun luonne. Esim.

- $(\mathbb{Z}, +)$
- $(\mathbb{R}^2, +)$
- $(K_{12}, \oplus)$

## Pohdintatehtävä

Keksi jokin laskutoimitus, joka tekee annetusta joukosta ryhmän.  
Onko olemassa itsestään selvä vaihtoehto?

- a)  $\mathbb{Z}$
- b)  $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$
- c)  $n \times m$  -matriisit
- d)  $\mathbb{R}$
- e)  $n \times n$  -matriisit, jotka ovat kääntyviä
- f) joukko, jonka muodostavat kuvaukset  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

**Lisätehtävä:** Keksitkö laskutoimituksen, joka tekee suljetusta välistä  $[-2, 2]$  ryhmän?