

# Algebra I

15.1.2014

Helsingin yliopisto  
Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö

# Neliön symmetriat

	$E$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$E$	$E$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$K_{90^\circ}$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$E$	$P_4$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
$K_{180^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$E$	$K_{90^\circ}$	$P_3$	$P_4$	$P_1$	$P_2$
$K_{270^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$E$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_1$
$P_1$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$E$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$
$P_2$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_1$	$K_{270^\circ}$	$E$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$
$P_3$	$P_3$	$P_4$	$P_1$	$P_2$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$E$	$K_{90^\circ}$
$P_4$	$P_4$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$K_{90^\circ}$	$K_{180^\circ}$	$K_{270^\circ}$	$E$

# Laskutoimituksia

- Kokonaislukujen yhteenlasku.
- Rationaalilukujen kertolasku.
- Matriisien kertolasku.
- Vektorien yhteenlasku.
- Kuvausten yhdistäminen.

- Joukon  $S$  *laskutoimitus*  $*$  on sääntö, joka liittää jokaiseen joukon  $S$  alkiopariin  $(x, y)$  jonkin kolmannen alkion joukosta  $S$ .
- Toisin sanoen joukon  $S$  laskutoimitus  $*$  on kuvaus

$$S \times S \rightarrow S, \quad (x, y) \mapsto x * y.$$

## Laskutoimituksia voi keksiä itse

Kokonaislukujen joukossa voidaan määritellä laskutoimitus  $*$  ehdolla

$$a * b = a + b + 1.$$

## Laskutoimituksen ominaisuuksia

- Liitännäisyys (sulkuja ei tarvita)
- Vaihdannaisuus (alkioiden järjestyksen voi vaihtaa)
- Neutraalialkio (alkio, joka ei tee mitään)
- Käänteisalkiot (kuin vastalukuja tai käänteislukuja)

# Liitännäisyys

Oletetaan, että  $*$  on joukon  $S$  laskutoimitus.

## Määritelmä

Laskutoimitus  $*$  on *liitännäinen*, jos

$$x * (y * z) = (x * y) * z \quad \text{kaikilla } x, y, z \in S.$$

## Esimerkki

Määritellään reaaliluvuille laskutoimitus  $*$  kaavalla

$$x * y = x + y + 1.$$

Onko laskutoimitus liitännäinen?