

Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 9, 8.4.2013

Huom. Pe 5.4. klo 14-16 on poikkeuksellisesti luento salissa C123, ti 9.4. ei ole luentoa.

1. Olkoon markkinoilla kolme riskillistä arvopaperia. Olkoon näitä vastaava odotustuottovektori $\bar{r} = (0.05, 0.1, 0.1)^T$. Tuottoasteiden kovarianssimatriisi on

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Määrää kaikki tehokkaita salkkuja vastaavat varianssi-/odotustuottoparit sekä minimaalinen varianssi, joka salkuilla voidaan saavuttaa.

2. (jatkoa) Määrää odotustuottoa 0.2 vastaava tuottoasteen varianssin minimoiva salkku.

3. (jatkoa) Lisätään markkinoille bondi vuosikorolla $i \geq 0$. Määrää i , kun syntyvien markkinoiden markkinasalkun odotustuotto on 0.15.

4. Olkoon markkinoilla N riskillistä arvopaperia. Odotustuottoa r vastaava minimaalinen tuottoasteen varianssi on

$$\sigma^2(r) = a(r - r_0)^2 + \sigma_0^2,$$

missä a, r_0 ja σ_0 ovat positiivisia vakioita. Lisätään markkinoille arvopaperi $N + 1$, jonka odotustuotto on suurempi kuin r_0 ja tuottoaste stokastisesti riippumaton markkinoiden muiden arvopapereiden tuottoasteista. Olkoon $r > r_0$. Osoita, että syntyneillä markkinoilla on mahdollista konstruoida salkku, jonka tuottoasteen odotusarvo on r ja varianssi pienempi kuin $\sigma^2(r)$.

5. Olkoot markkinoilla arvopaperit $1, \dots, N$ ja näiden hetken yksi arvot olkoot $S_1(1), \dots, S_N(1)$. Hetken nolla hinnat $S_1(0), \dots, S_N(0)$ positiivisia. Oletetaan, että $S_N(1)$ on lineaarisesti riippuva muista arvopapereista. Toisin sanoen on olemassa sellaiset $\alpha_1, \dots, \alpha_{N-1} \in \mathbb{R}$, että

$$S_N(1) = \alpha_1 S_1(1) + \dots + \alpha_{N-1} S_{N-1}(1) \quad \text{m.v.}$$

Oletetaan, että $S_N(0) = \alpha_1 S_1(0) + \dots + \alpha_{N-1} S_{N-1}(0)$. Osoita, että tehokkaat varianssi-/odotustuottoparit eivät muutu, jos arvopaperi N poistetaan markkinoilta.