

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 7, 15.3.2013

1. Osoita suoraan määritelmän avulla funktio $f(x, y, z) = x^2$ jatkuvaksi pisteessä $(1, 1, 0)$. (Neuvo: havainnosta $|x^2 - 1| = |x - 1||x + 1| < 3|x - 1|$, kun $0 < x < 2$, on todistuksessa apua.)

2. Osoita, ettei ole olemassa raja-arvoa $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^3 + x^7}{x^6 + 2y^6}$.

3. Laske raja-arvo $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + xy^2}{x^2 + 2y^2}$. (Neuvo: voit vaikkapa käyttää apuna napakoordinaatteja, jolloin tarvittavissa arvioissa olisi koetettava päästä eroon koordinaatista φ .)

4. Mitkä ovat funktion $f(x, y) = (xy + |x|, \ln(1 + x^2), \sqrt{x^2 + y^2 + 1})$ komponenttifunktiot? Osoita f jatkuvaksi \mathbb{R}^2 :ssa.

5. Mikä on rationaalifunktion

$$f(x, y, z) = \frac{xyz^2 + y + z^3}{x + y + z}$$

laajin mahdollinen määrittelyjoukko A ? Onko f :llä raja-arvoa $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,-1,1)} f(x, y, z)$ pitkin joukkoa A ?

6. Laske tehtävän 5 funktion f gradientti pisteessä $(-1, 2, 1)$.

Huom. Kurssikoe 1 on ma 11.3. klo 10-12 päärakennuksen salissa 5. Koealue on yhden ja useamman muuttujan integraalilaskenta eli harjoitusten 1-6 aihepiiri. Kokeen jälkeisellä luennolla ma 11.3. klo 12-14 esitetään ensimmäisellä tunnilla koetehtävien ratkaisut.