

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin jatkokurssi  
Harjoitus 6, 1.3.2013

1. Laske ellipsin neljänneksen

$$A = \{(x, y) | 0 \leq x, 0 \leq y, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} \leq 1\}$$

keskiön koordinaatit. (Neuvo: muunnos  $x = 3r \cos \psi$ ,  $y = 5r \sin \psi$ .)

2. Integroi funktio  $f(x, y, z) = x^5 y^2 z^3 + xyz$  yli kuution  $[1, 2]^3$ .
3. Olkoon  $f(x, y, z) = x^2 + yz^2$  ja

$$V = \{(x, y, z) : |x| + y^2 \leq 1, -1 \leq z \leq 2\}.$$

Laske avaruusintegraali  $\int_V f$ .

4. Laske koordinaattitasojen  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  ja tason  $2x + y + 3z = 6$  reunustaman tetraedrin  $V$  tilavuus integroimalla vakiofunktio 1 yli  $V$ :n.
5. Määritä integroimalla edellisen tehtävän joukon  $V$  keskiön koordinaatit ja tarkista tuloksesi laskemalla kärkien koordinaattien keskiarvot.
6. Laske pallokoordinaattien avulla, kuinka suuri osuus kuulan tilavuudesta jää leveyspiiriin  $30^\circ$  pohjoista leveyttä eteläpuolelle.

Huom. Kurssikoe 1 on ma 11.3. klo 10-12 päärakennuksen salissa 5. Koealue on yhden ja useamman muuttujan integraalilaskenta eli harjoitusten 1-6 aihepiiri. Viikon 9 luennoilla kerrataan muun asian ohessa koealuetta.