

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin jatkokurssi  
Harjoitus 4, 15.2.2013

1. Ympyrän kaari

$$y = \sqrt{4 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

pyörähtää  $x$ -akselin ympäri. Laske integroimalla syntyvän pyörähdyskappaleen tilavuus ja vaipan pinta-ala.

2. Laske ns. ketjuviivan eli kaaren

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

pituus välillä  $-1 \leq x \leq 1$ .

3. Laske sen rajoittamattoman pyörähdyskappaleen tilavuus, joka syntyy käyrän  $y = e^{-x}$  pyörähtäessä  $x$ -akselin välin  $[0, \infty[$  ympäri.

4. Laske

$$\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx.$$

5. Tutki integraalien

$$\int_1^{\infty} \frac{x^5}{x^7 + 1} dx$$

ja

$$\int_1^{\infty} \frac{x^6}{x^7 + x^6 + 1} dx$$

suppenemista majorantti- ja minoranttiperiaatteiden avulla.

6. Olkoon  $f(x) = 0$ , kun  $x \leq -1$ , ja  $f(x) = ae^{-x}$ , kun  $x > -1$ . Määritä vakio  $a$  niin, että  $f$  on tiheysfunktio. Laske tapahtuman  $-1 < X < 0$  todennäköisyys, kun satunnaismuuttujalla  $X$  on tämä tiheysfunktio.