

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 11, 19.4.2013

1. Tarkastellaan suorakulmaista laatikkoa, josta puuttuu kansi. Millä sivujen mittasuhteilla laatikon ulkoinen pinta-ala eli viiden suorakulmion alojen summa minimoituu laatikon tilavuuden pysyessä vakiona V ? (Neuvo: palauta tehtävä pohjan sivujen x ja y avulla esitetyn pinta-ala-funktion $f(x, y)$ minimointitehtäväksi.)

2. Määritä funktion $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 2y$ suurin ja pienin arvo joukossa

$$A = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 2\}.$$

Koeta löytää myös geometrinen ratkaisu neliöksi täydennyksen avulla.

3. Tutki harjoituksen 10 tehtävän 4 funktion

$$f(x, y) = \frac{6y}{2 + x^2 + y^2}$$

suurimman ja pienimmän arvon olemassaoloa \mathbb{R}^2 :ssa ja puolitasoissa $y > 0$ ja $x > 0$. (Neuvo: aloita havaitsemalla $f(x, y)$:n itseisarvo pieneksi etäällä origosta. Käytä hyväksi harjoituksen 10 laskuja ja rajoittumista kompaktiin tason osaan.)

4. Etsi funktion $f(x, y) = 2x^2 + y + y^2$ suurin ja pienin arvo yksikkökiekossa

$$A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

5. Määritä funktion $f(x, y) = xy$ suurin ja pienin arvo ellipsillä

$$E = \{(x, y) | x^2 + 2y^2 = 2\}.$$

6. Määritä funktion $f(x, y, z) = x - y - z$ suurin ja pienin arvo yksikköpallolla

$$S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 = 1\}.$$

Huom. Kurssikoe 2 on ma 29.4. klo 10-12 päärakennuksen salissa 5. Koealue on harjoitusten 7-12 aihepiiri ja sitä kerrataan mahdollisuuksien mukaan viimeisen harjoitusviikon 17 luennoilla. Kokeen jälkeisellä luennolla ma 29.4. klo 12.15 alkaen esitetään koetehtävien ratkaisut. Tämä on samalla kevään viimeinen luento.