

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin jatkokurssi  
Harjoitus 10, 12.4.2013

1. Osoita, että funktio  $f(x, y) = x^2 + y^3 + xy$  on vahvasti konvekksi puolitasossa  $y > a$ , kun  $a$  on sopiva vakio. Keksi tason  $\mathbb{R}^2$  konvekksi osajoukko, jossa  $f$  on konkaavi.
2. Osoita funktio  $f(x, y) = x^3 + 3xy + y^3$  vahvasti konkaaviksi joukossa

$$A = \{(x, y) \mid x < -\frac{1}{2}, y < -\frac{1}{2}\}.$$

Määritä  $f$ :n suurin arvo  $A$ :ssa.

Tehtävissä 3-6 on etsittävä annettujen funktioiden lokaalit ääriarvot:

3.  $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$
4.  $f(x, y) = \frac{6y}{2+x^2+y^2}$
5.  $f(x, y) = (x + y)^2 - x^6 - y^6$
6.  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - x - y - z$ . (Neuvo: laskussa on apua harjoituksen 9 tehtävän 4a ratkaisusta.)