

LUKUTEORIAN ALKEET

5. LASKUHARJOITUKSET

- (1) Haa, vihdoinkin päästään käsittelemään ajankohtaisia asioita! 25.1.2013 löytyi 48. Mersennen alkuluku, joka on

$$2^{57885161} - 1.$$

Mikä on luvun 2 kertaluku tässä modulossa? Entä lukujen 4 ja 8? (Tarkista lemmän 36 muotoilu uusimmasta monisteen versiosta, luennoilla esitin lemmän väärin.)

- (2) Määritellään *karakter* χ modulo 11 seuraavasti: $\chi(2) = -1$, $\chi(0) = 0$, $\chi(m + 11) = \chi(m)$ ja $\chi(mn) = \chi(m)\chi(n)$. Määritä karakterin χ arvo kaikissa jäännösluokissa. (Luku 2 on primitiivinen juuri.)
- (3) Osoita, että $\sqrt{6}$ on irrationaalinen.
- (4) Osoita, että $\sqrt{3} + \sqrt{5}$ on irrationaalinen.
- (5) Seuraako siitä, että $\alpha > 0$ on irrationaalinen, että $\sqrt[n]{\alpha}$ on irrationaalinen kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla n ?
- (6) Olkoon $n > 1$ kokonaisluku. Osoita, että $\sqrt[n]{n}$ on irrationaalinen.