Logik I
Institutionen för matematik och statistik
Våren 2013
Övning 9

Sista inlämningsdag för uppgifterna: ons 20.3.2013 kl.18.00
Sista inlämningsdag för korrigeringar: ons 10.4.2013 kl.18.00

1. Beskriv med egna ord hur modellerna för satsen $\forall x \forall y (P_0(x) \to P_1(y))$ ser ut.

2. Visa att formlerna $\exists x \exists y A$ och $\exists y \exists x A$ är (logiskt) ekvivalenta.

3. Visa att formlerna $\forall x \forall y A$ och $\forall y \forall x A$ är (logiskt) ekvivalenta.

4. Visa att formlerna $\neg \exists x A$ och $\forall x \neg A$ är (logiskt) ekvivalenta.

5. Visa att formlerna $\neg \forall x A$ och $\exists x \neg A$ är (logiskt) ekvivalenta.

6.* Visa att formeln $\forall y \exists x A$ är en logisk konsekvens av formeln $\exists x \forall y A$.

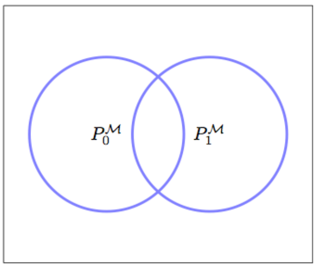
7. Visa att formlerna $\exists x \forall y R(x, y)$ och $\forall y \exists x R(x, y)$ inte är (logiskt) ekvivalenta.

8.* Visa att formlerna $\forall x (P_0(x) \vee P_1(x))$ och $\forall x P_0(x) \vee \forall x P_1(x)$ inte är (logiskt) ekvivalenta.

9. Vilka variabelförekomster är fria och vilka är bundna i följande formler?
   (1) $\forall x (P_0(x) \to P_1(y))$
   (2) $\forall x (xEy \vee yEx)$
   (3) $\forall x (\forall y (xEy) \vee \forall z (yEz))$

10. Vilka av följande formler är satser?
   (1) $P_0(x)$
   (2) $\forall x P_0(x)$
   (3) $\forall x P_0(y)$
   (4) $\forall y (\exists x (x < y) \vee \exists x (y < x))$
   (5) $\forall y (\exists x (x < y) \vee y < x)$

11. Vilken mängd definierar formeln $P_0(x) \wedge \neg P_1(x)$ i den unära strukturen i Figur 1? (En unär struktur är en modell med enställiga predikat.)



FIGUR 1. Unär struktur

12. Vilken mängd definierar formeln $P_0(x) \leftrightarrow P_1(x)$ i den unära strukturen i Figur 1?

13. Rita den binära (tvåställiga) relation som formeln
$$x > c_1 \ \vee \ y < c_0$$
definierar i modellen $(\mathbb{R}, <, 0, 1)$ där $c_0^M = 0$ och $c_1^M = 1$.

14. Rita den binära relation som formeln
$$x < c_1 \to x = y$$
definierar i modellen $(\mathbb{R}, <, 0, 1)$ där $c_0^M = 0$ och $c_1^M = 1$.

15. Låt A vara en formel och $\mathcal{M}$ en modell. Visa att om s och s' är två tolkningar som ger samma värden åt alla variabler med fria förekomster i A så är A sann i $\mathcal{M}$ under tolkningen s om och endast om A är sann i $\mathcal{M}$ under tolkningen s'. (Anvisning: använd strukturell induktion över A)