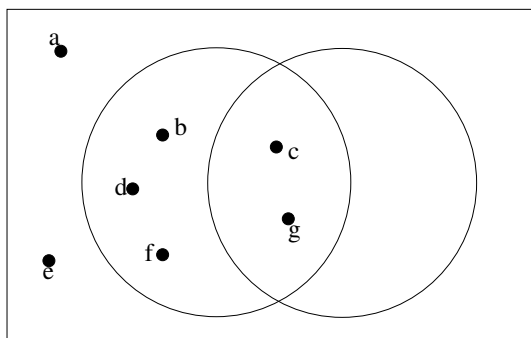


Logik I
Institutionen för matematik och statistik
Våren 2013
Övning 8

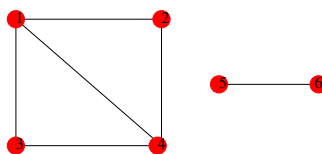
Sista inlämningsdag för uppgifterna: ons 13.3.2013
Sista inlämningsdag för korrigeringar: ons 27.3.2013

1. Låt \mathcal{M} vara modellen nedan.



- (1) Vilket lexikon är \mathcal{M} en modell för?
- (2) Vad är $\text{dom}(\mathcal{M})$?
- (3) Vad är tolkningarna för symbolerna i lexikonet?
Är svaren entydiga?

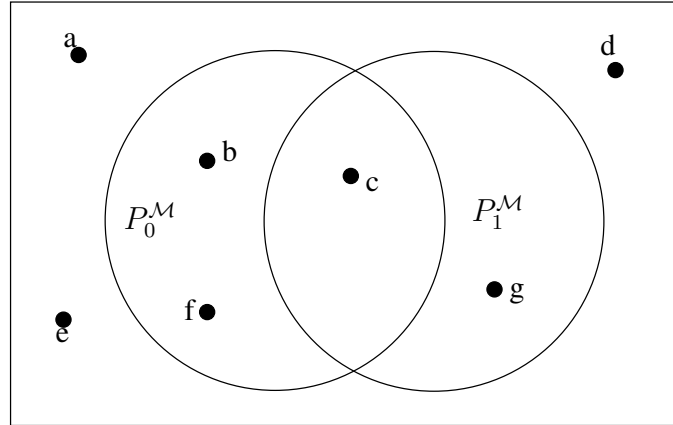
2. Låt \mathcal{G} vara grafen nedan.



- (1) Vilket lexikon är \mathcal{G} en modell för?
- (2) Vad är $\text{dom}(\mathcal{G})$?
- (3) Vad är tolkningarna för symbolerna i lexikonet?
Är svaren entydiga?

3. Ge en modell för lexikonet $\{P_0, P_1, P_2\}$ där predikaten delar upp modellens universum i fem delar (P_i är enställiga predikatsymboler).
4. Ge en modell för $\{R_1, R_2, c_0\}$ där tolkningarna för relationssymbolerna är icke-tomma (R_i är tvåställiga predikatsymboler).
5. Vilka av följande är predikatlogiska formler?
 - (1) $x = y$
 - (2) $x \wedge z$
 - (3) $\forall x(x = y) \wedge R(y, z)$
 - (4) $\forall x \exists x R(x, x)$
 - (5) $\forall x \wedge \exists y R(x, y)$
 - (6) $\exists x R(x, \exists y)$
6. Vilka av följande tolkningar satisfierar formeln $P_0(x)$ i modellen i Figur 1?

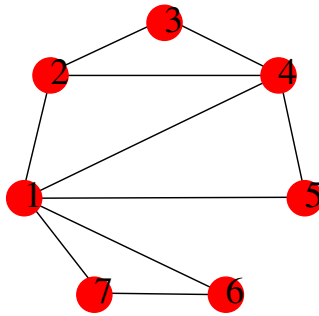
	x	y	z
s_0	a	b	c
s_1	d	e	f
s_2	b	d	f



FIGUR 1. En modell

7. I grafer använder vi ofta E som relationssymbol och skriver xEy istället för $E(x, y)$. Vilka av följande tolkningar satisfierar formeln xEy i grafen i Figur 2?

	x	y	z
s_0	1	2	3
s_1	3	4	5
s_2	5	6	7

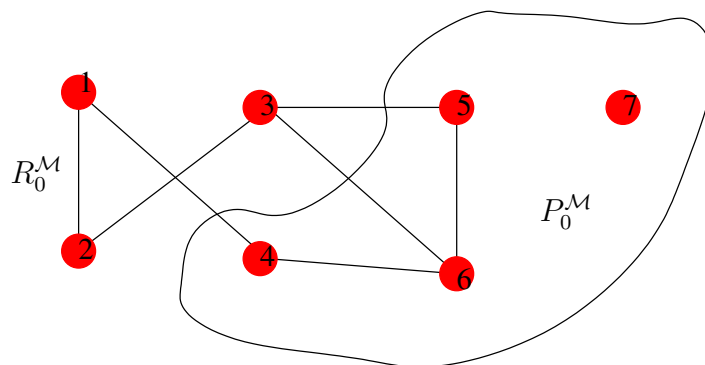


FIGUR 2. En graf

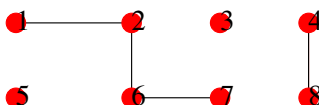
8. Vilka av tolkningarna i förra uppgiften satisfierar formeln $xEx \vee yEz$ i grafen i Figur 2?
9. Vilka av följande tolkningar satisfierar formeln $P_0(x) \wedge R_0(y, z)$ i modellen i figur 3?

	x	y	z
s_0	1	3	6
s_1	5	5	6
s_2	7	1	2

- 10.* Vilka av följande tolkningar satisfierar formeln $P_0(x) \leftrightarrow R(x, y)$ i modellen i Figur 3? Motivera.



FIGUR 3. En modell



FIGUR 4. En graf

	x	y	z
s_0	1	2	6
s_1	3	4	6
s_2	2	5	7

11. Vilka av följande tolkningar satisfierar formeln $\exists y xEy$ i grafen i Figur 4

	x	y	z
s_0	1	2	3
s_1	4	5	6
s_2	3	8	7

12. Ge en graf och ge en tolkning som satisfierar alla formler i den vänstra rutan men ingen av dem i den högra.

xEy	xEw
$z = w$	$x = w$
yEw	$\exists x \forall y xEy$

- 13.* Ge tre olika tolkningar som satisfierar formeln $\exists y(xEy \wedge yEz)$ i grafen i figur 4. Motivera ditt svar.

14. Rita en graf som satisfierar formeln $\forall x \exists y xEy$.

15. Ge en $\{E\}$ -formel som uttrycker att varje hörn i en graf har åtminstone två olika grannar. Två hörn (noder) i en graf kallas grannar om det finns en kant (båge) mellan dem.