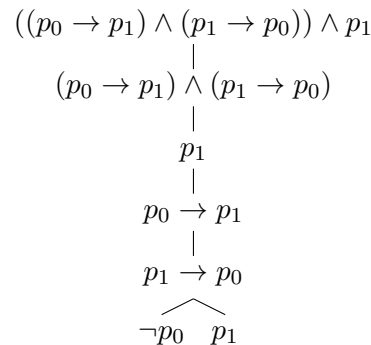


**Logik I**  
**Institutionen för matematik och statistik**  
**Våren 2013**  
**Övning 6**

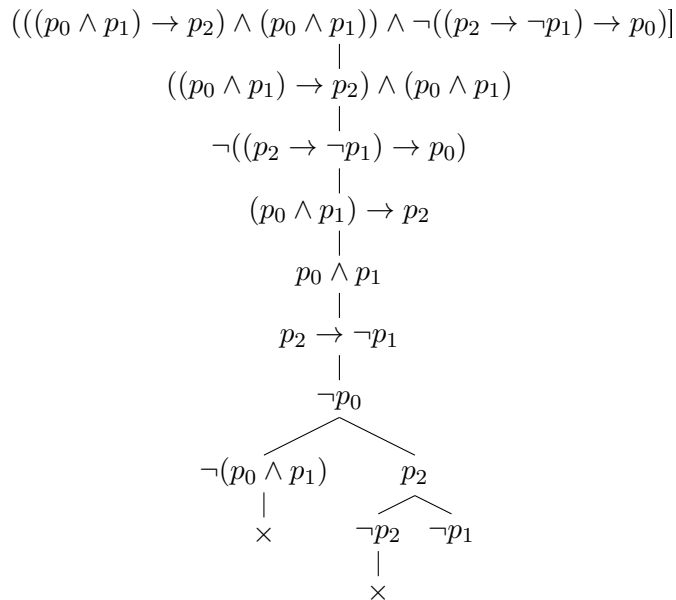
Sista inlämningsdag för uppgifterna: ons 20.2.2013  
 Sista inlämningsdag för korrigeringar: ons 6.3.2013

1. Visa med hjälp av sundhetsatsen att  $\{p_0 \vee p_1, p_1 \rightarrow p_2\} \not\vdash p_1 \vee p_2$ .
2. Betrakta följande semantiska träd:



Trädet har två öppna grenar. Vi konstruerar en värdering enligt den vänstra grenen  $v(p_0) = 0, v(p_1) = 1$ . Ändå är  $v(((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow p_0)) \wedge p_1) = 0$ . Hur är det möjligt?

3. Betrakta följande semantiska träd:



Trädet har en öppen gren, enligt vilken vi konstruerar en värdering  $v(p_0) = v(p_1) = 0, v(p_2) = 1$ . Ändå är  $v((((p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2) \wedge (p_0 \wedge p_1)) \wedge \neg((p_2 \rightarrow \neg p_1) \rightarrow p_0)) = 0$ . Hur är det möjligt?

- 4.\* Använd ett semantiskt träd för att finna en värdering som satisfierar formeln  $((p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)) \wedge ((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2)) \wedge \neg p_2$ .
5. Använd ett semantiskt träd för att finna en värdering som satisfierar formeln  $(p_0 \leftrightarrow p_1) \wedge (p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2))$ .

6. Använd ett semantiskt träd för att undersöka om formeln  $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow \neg p_0)$  är satisfierbar.
7. Använd ett semantiskt träd för att undersöka om formeln  $\neg((p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)) \rightarrow ((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2))$  är satisfierbar.
8. Använd ett semantiskt träd för att undersöka om formeln  $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge \neg(\neg p_1 \rightarrow \neg p_0)$  är satisfierbar.
9. Observera att en formel  $A$  är en tautologi om och endast om  $\neg A$  *inte* är satisfierbar. Använd ett semantiskt träd för att utreda om formeln  $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$  är en tautologi.
10. Visa med ett semantiskt träd att formeln  $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$  är en tautologi. (Visa att negationen av formeln inte är satisfierbar.) Den här metoden för att visa något tautologiskt kallas semantiskt bevis eller tablåmetoden.
11. Ge ett semantiskt bevis för formeln  $\neg(A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg A \vee B)$ .
12. Ge ett semantiskt bevis för formeln  $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$ .
- 13.\* Ge ett semantiskt bevis för formeln  $(A \vee (B \wedge C)) \rightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$ .
14. Ge ett semantiskt bevis för formeln  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ .
15. På hur många sätt kan du bevisa att  $\{p_0 \vee p_1\} \not\vdash p_0 \wedge p_1$ ? Vilka är metoderna?
16. Ge ett exempel på formler  $A$  och  $B$  så att  $\{A \vee B\} \vdash A \wedge B$ .