

Logik I
Institutionen för matematik och statistik
Våren 2013
Övning 4

Sista inlämningsdag för uppgifterna: ons 6.2.2013
Sista inlämningsdag för korrigeringar: ons 20.2.2013

1. Vilka av följande formler är i disjunktiv normalform?
 - (1) p_0
 - (2) $p_0 \wedge \neg p_0$
 - (3) $p_0 \vee \neg p_0$
 - (4) $(p_0 \wedge p_1) \vee p_0$
 - (5) $(\neg p_0 \vee p_1) \wedge (\neg p_0 \vee \neg p_1)$
 - (6) $p_0 \wedge p_1 \wedge p_2$
 - (7) $p_0 \vee p_1 \vee p_2$
- 2.* Uttryck formeln $(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2$ i disjunktiv normalform och motivera varför svaret är satslogiskt ekvivalent med den givna formeln.
3. **Peirces pil** är följande konnektiv:

A	B	$A \downarrow B$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Visa att $\{\downarrow\}$ är en fullständig konnektivmängd.

4. Härled formeln $A \wedge (B \vee C)$ från formeln $A \wedge C$ med naturlig deduktion.
5. Härled formeln $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ från formeln $A \wedge (B \vee C)$ med naturlig deduktion.
- 6.* Härled formeln $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ från formeln $A \vee (B \wedge C)$ med naturlig deduktion.
7. Härled formeln $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ från formeln $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ med naturlig deduktion.
8. Härled formeln $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D)$ från formeln $(B \wedge A) \rightarrow (D \wedge C)$ med naturlig deduktion.
9. Härled formeln $A \rightarrow (C \vee B)$ från formeln $A \rightarrow (B \vee C)$ med naturlig deduktion.
10. Härled formeln $A \rightarrow (B \vee C)$ från formeln $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$ med naturlig deduktion.
11. Härled formeln $A \rightarrow B$ från formlerna $(A \wedge C) \leftrightarrow B$ och C med naturlig deduktion.
12. Ge en härledning (i naturlig deduktion) för formeln $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$.
13. Vilka av följande är korrekta härledningar i naturlig deduktion? Ange i de korrekta fallen vilka premisserna och slutsatsen är och vilka regler som använts. Ange i de felaktiva fallen var felen finns.

$$\begin{array}{cccc}
\frac{[A] \quad [B]}{A \wedge B} & \frac{\frac{A \vee B}{A} \quad \frac{A \vee B}{B}}{A \wedge B} & \frac{\frac{[p_0 \wedge p_1]}{p_1}}{(p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_1} & \frac{\begin{array}{c} [A] \quad [B] \\ \vdots \quad \vdots \\ C \quad C \end{array}}{(A \vee B) \rightarrow C} \\
\text{(a)} & \text{(b)} & \text{(c)} & \text{(d)}
\end{array}$$

14. Skriv följande resonemang som en härledning i naturlig deduktion:

Om fönstret är öppet eller Heikki lämnar dörren öppen så sjunker temperaturen. Heikki går ut och lämnar dörren öppen. Alltså sjunker temperaturen.

Beteckna satsen "fönstret är öppet" med satssymbolen p_0 , satsen "Heikki lämnar dörren öppen" med satssymbolen p_1 , satsen "Heikki går ut" med satssymbolen p_2 och satsen "temperaturen sjunker" med satssymbolen p_3 .

15. Nedan finns härledningen av formeln $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge B)$ från formeln $(A \vee B) \rightarrow C$ men det finns två luckor i härledningen. Fyll i det som fattas och berätta vilka regler som använts.

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge B]}{\boxed{}}}{A \vee B} \quad (A \vee B) \rightarrow C}{C} \rightarrow \mathbf{E} \quad \frac{[A \wedge B]}{B} \wedge \mathbf{E}}{\boxed{}} \wedge \mathbf{E}$$