**Logik I**
**Institutionen för matematik och statistik**
**Våren 2013**
**Övning 2**

Sista inlämningsdag för uppgifterna: ons 23.1.2013
Sista inlämningsdag för korrigeringar: ons 6.2.2013

1. Antag att $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 1$ och $v(p_2) = 0$. Bestäm $v(p_0 \to (p_1 \to p_2))$.

2. Antag att $v(p_3) = 1$, $v(p_6) = 0$ och $v(p_9) = 0$. Bestäm $v((p_3 \to p_9) \vee (p_6 \to p_9))$.

3. Antag att $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 0$ och $v(p_2) = 0$. Bestäm $v((p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_2 \wedge \neg p_0))$.

4. Antag att $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 0$ och $v(p_2) = 0$. Bestäm $v(\neg(\neg p_0 \to \neg p_1) \vee \neg(\neg p_1 \to \neg p_2))$.

5. Fyll i de sanningsvärden som saknas:

| $p_0$ | $p_1$ | $\neg$ | $(p_0$ | $\vee$ | $p_1)$ | $\wedge$ | $(\neg$ | $p_0$ | $\wedge$ | $\neg$ | $p_1)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | | 1 | 0 | | 0 | 1 |
| 0 | 0 | | 0 | | 0 | | | 0 | | | 0 |

6. Fyll i de sanningsvärden som saknas:

| $p_0$ | $p_1$ | $\neg$ | $(p_0$ | $\wedge$ | $p_1)$ | $\vee$ | $(\neg$ | $p_0$ | $\to$ | $\neg$ | $p_1)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | | 0 | 1 | | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | | | 0 | | | 0 |

7. Ge exempel på en värdering som gör följande formel sann:
   (1) $(p_0 \wedge (\neg p_1 \wedge (\neg p_2 \wedge (p_3 \wedge \neg p_4))))$.
   (2) $\neg((p_0 \wedge p_1) \to (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$.
   (3) $(\neg p_0 \wedge ((p_1 \to p_2) \vee (p_3 \leftrightarrow \neg p_4)))$.

8.* Visa att
   (1) $v(\neg A) = 1 - v(A)$
   (2) $v(A \wedge B) = v(A) \cdot v(B)$
   (3) $v(A \vee B) = v(A) + v(B) - v(A) \cdot v(B)$

9. Visa att
   (1) $v(A \to B) = 1 - v(A) + v(A) \cdot v(B)$
   (2) $v(A \leftrightarrow B) = 1 - v(A) - v(B) + 2 \cdot v(A) \cdot v(B)$

10.* Uteslutande disjunktion är konnektivet "$A$ eller $B$ men inte båda". Ett par exempel på uteslutande disjunktion i vardagsspråk är: Om det är fredag idag så är jag i Rom eller i Madrid. Antingen får du ditt bagage eller så betalar flygbolaget full kompensation. Konstruera sanningsvärdetabellen för uteslutande disjunktion.

11. Låt $M$ vara mängden av alla värderingar. Definiera för varje satslogisk formel $A$: $[A] = \{v \in M : v(A) = 1\}$. Visa att
   (1) $[A \wedge B] = [A] \cap [B]$
   (2) $[A \vee B] = [A] \cup [B]$
   (3) $[\neg A] = M - [A]$

12. (forts. från föregående uppgift) Visa att
    (1) $[A \to B] = M$ om och endast om $[A] \subseteq [B]$
    (2) $[A \leftrightarrow B] = M$ om och endast om $[A] = [B]$

13. Låt $M$ vara mängden av värderingar för satssymbolerna $p_0, \ldots, p_{n-1}$. Låt $A$ vara en satslogisk formel uppbyggd av satssymbolerna $p_0, \ldots, p_{n-1}$. Låt $\#(A)$ vara antalet värderingar $v \in M$ för vilka $v(A) = 1$. Definiera $p(A) = \#(A)/2^n$. Vi kallar $p(A)$ sannolikheten för $A$. Visa
    (1) $p(A \vee B) + p(A \wedge B) = p(A) + p(B)$
    (2) $p(\neg A) = 1 - p(A)$

14. I övningen ovan definieras $p(A)$, sannolikheten för formeln $A$. Vilkendera av följande formler är sannolikare? (Dvs vilkendera har större sannolikhet):
    (1) $p_0 \wedge p_1$
    (2) $p_0 \to p_1$

15. Vilkendera av följande formler är sannolikare? (Dvs vilkendera har större sannolikhet):
    (1) $(p_0 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)$
    (2) $p_0 \vee (p_1 \wedge p_2)$