Logik I
Institutionen för matematik och statistik
Våren 2013
Övning 1

Sista inlämningsdag för uppgifterna: ons 16.1.2013
Sista inlämningsdag för korrigeringar: ons 30.1.2013

1. Satslogiken studerar påståendesatser som kan vara antingen sanna eller falska. Vilka av följande är satser i satslogisk mening?
   a) Det regnar och är kallt.
   b) Om det ändå vore sommar.
   c) Om vinden vänder och regnet tilltar så blir också balkongen våt.
   d) Om jag inte alldeles misstar mig så infaller midsommaren i juni.
   e) Infaller påsken i mars?
   f) Kom i tid!

2. Vilka av följande är satser i satslogisk mening?
   a) Om n är ett primtal så är n udda, förutom om $n = 2$.
   b) Om n är ett primtal så är månen gjord av ost.
   c) Låt x vara ett reellt tal.
   d) På basen av induktionsprincipen är satsen bevisad.
   e) Om x är ett positivt tal, är då $\sqrt{x}$ reellt?
   f) Om x är ett reellt tal så är $\sqrt{x}$ reellt.

3. Syntaxen i en sats hänvisar till den teckensträng satsen består av. Syntaktiska egenskaper är vilka och hur många tecken satsen innehåller och i vilken ordning de förekommer. Semantiken hänvisar till det sakinnehåll satsen uttrycker. Vilken av följande satser är mer lik satsen "På hösten fylls skogarna av svamp" syntaktiskt, vilken semantiskt?
   a) Soppar hittas i oktoberskogar.
   b) På hösten fylls skogarna av älgflugor.

4. I vilket avseende är följande ordpar mer lika, syntaktiskt eller semantiskt?
   a) "sträv" och "snäv"
   b) "sträv" och "skrovlig"
   c) "diktator" och "envåldshärskare"
   d) "mus" och "hus"
   e) "sallad" och "ballad"

5. Låt satssymbolerna p_0, p_1 och p_2 stå för
   p_0: Det regnar.
   p_1: Det blåser.
   p_2: Det är kallt ute.

   Vad uttrycker följande formler?
   a) $p_0 \wedge p_1$
   b) $p_1 \to \neg p_0$
   c) $(p_0 \wedge p_1) \to p_2$

6. Vi undersöker satsen “Antingen köper Hans apelsiner och bananer eller så köper Tessa tomater, men ingendera köper gurka.”
   a) Vilka atomära satser består satsen av?
   b) Formalisera satsen som en satslogisk formel.

7. Vilka av följande teckensträngar är satslogiska formler?
   a) $((\neg p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_0)$
   b) $p_0 \rightarrow p_1 \rightarrow p_2$
   c) $))p_0 \vee \rightarrow p_2$
   d) p_{3201}
   e) $p_0 \vee p_1 \wedge p_0$

8. Vilket är huvudkonnektivet i följande formler?
   a) $\neg\neg p_0 \rightarrow p_0$
   b) $((p_1 \rightarrow p_1) \wedge p_0)$
   c) $((p_0 \vee p_1) \vee \neg(p_1 \wedge p_0))$
   d) $\neg(p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2))$

9.* Vilka är delformlerna till formeln $(\neg(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow (p_0 \vee (p_1 \wedge p_2)))$

10. Ge exempel på teckensträngar A och B som inte är satslogiska formler men för vilka AB (den teckensträng man får genom att skriva A och B efter varandra) är en satslogisk formel.

11. Ge exempel på teckensträngar A och B som inte är satslogiska formler men för vilka $(A \rightarrow B)$ är en satslogisk formel.

Dra dig till minnes hur induktionsbevis (över de naturliga talen) går till. En bra källa för repetition är t.ex. Heikki Junnilas kompendium “Johdatus diskreettiin matematiikkaan” s. 35–41 (`http://www.helsinki.fi/~hjkjunni/jdm.pdf`).

12.* I uppgifterna 12–13 visar vi att en satslogisk formel med n konnektiv har högst $n+1$ satssymboler. Beviset bygger på induktion över n.
   a) Vilket är bassteget? (Hurudana formler har 0 konnektiv?) Kontrollera att påståendet håller för dessa formler.
   b) Vilken är induktionshypotesen? Märk att det finns två former av induktionshypoteser, antingen “påståendet är sant för $k = n$” eller “påståendet är sant för alla $k \leq n$”. Vilkendera passar bättre i det här fallet?
   c) Vad händer i induktionssteget? Noggrannare uttrykt: om en formel har $n+1$ konnektiv, hur har det “senaste” lagts till? Märk att det finns flera fall här. Formulera induktionssteget.

13. (forts. från föregående) Bevisa induktionssteget. Märk: beviset innehåller flera fall.

14. Visa med induktion att en satslogisk formel med n konnektiv har högst $2n+1$ delformler.