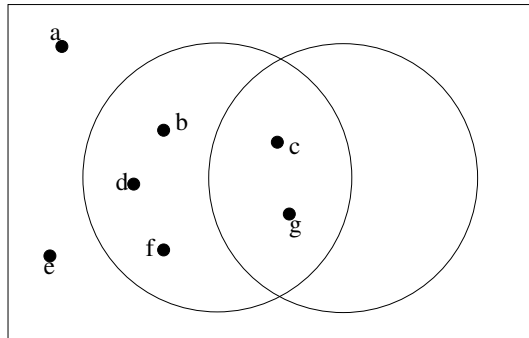


**Logiikka I**  
**Matematiikan ja tilastotieteen laitos**  
**Kevät 2013**  
**Harjoitus 8**

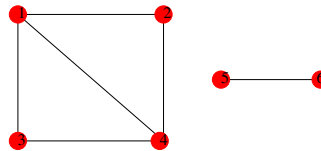
Harjoitusten viimeinen palautuspäivä: ke 13.3.2013  
 Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 27.3.2013

1. Olkoon  $\mathcal{M}$  seuraava malli.



- (1) Minkä aakkoston malli  $\mathcal{M}$  on?
- (2) Mikä on  $\text{dom}(\mathcal{M})$ ?
- (3) Mitkä ovat aakkoston symbolien tulkinnat?  
Ovatko vastaukset yksikäsitteiset?

2. Olkoon  $\mathcal{G}$  seuraava verkko.



- (1) Minkä aakkoston malli  $\mathcal{G}$  on?
- (2) Mikä on  $\text{dom}(\mathcal{G})$ ?
- (3) Mitkä ovat aakkoston symbolien tulkinnat?  
Ovatko vastaukset yksikäsitteiset?

3. Anna aakkoston  $\{P_0, P_1, P_2\}$  malli, jossa predikaatit jakavat mallin universumin viiteen osaan ( $P_i$  ovat yksipaikkaisia predikaattisymboleita).

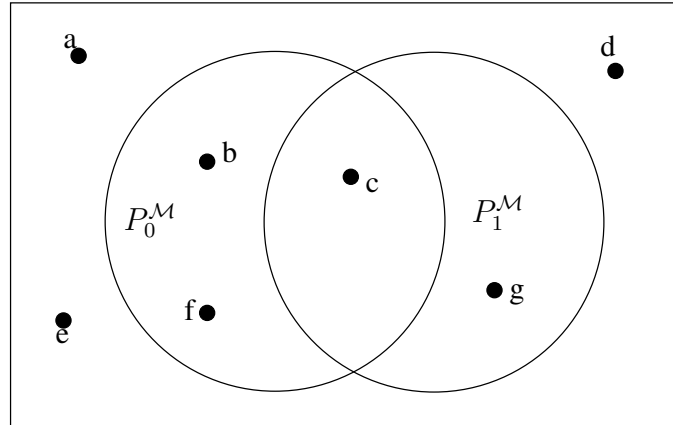
4. Anna aakkoston  $\{R_1, R_2, c_0\}$  malli, jossa relaatiiosymboleiden tulkinnat ovat epätyhjiä ( $R_i$  ovat kaksipaikkaisia relaatiiosymboleita).

5. Mitkä seuraavista ovat predikaattilogiikan kaavoja?

- (1)  $x = y$
- (2)  $x \wedge z$
- (3)  $\forall x(x = y) \wedge R(y, z)$
- (4)  $\forall x \exists x R(x, x)$
- (5)  $\forall x \wedge \exists y R(x, y)$
- (6)  $\exists x R(x, \exists y)$

6. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan  $P_0(x)$  kuvan 1 mallissa?

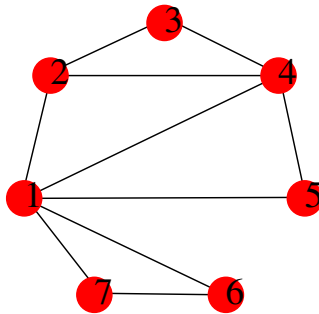
	$x$	$y$	$z$
$s_0$	a	b	c
$s_1$	d	e	f
$s_2$	b	d	f



KUVA 1. Malli

7. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan  $xEy$  kuvan 2 verkossa?

	$x$	$y$	$z$
$s_0$	1	2	3
$s_1$	3	4	5
$s_2$	5	6	7



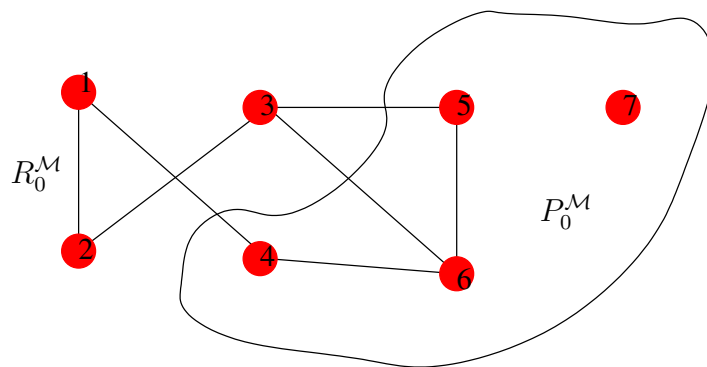
KUVA 2. Verkko

8. Mitkä edellisen tehtävän tulkintajonoista toteuttavat kaavan  $xEx \vee yEz$  kuvan 2 verkossa?

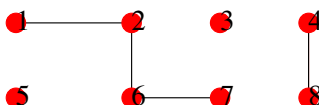
9. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan  $P_0(x) \wedge R_0(y, z)$  kuvan 3 mallissa?

	$x$	$y$	$z$
$s_0$	1	3	6
$s_1$	5	5	6
$s_2$	7	1	2

10.\* Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan  $P_0(x) \leftrightarrow R(x, y)$  kuvan 3 mallissa? Anna perustelu.



KUVA 3. Malli



KUVA 4. Verkko

	$x$	$y$	$z$
$s_0$	1	2	6
$s_1$	3	4	6
$s_2$	2	5	7

11. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan  $\exists y xEy$  kuvan 4 verkossa?

	$x$	$y$	$z$
$s_0$	1	2	3
$s_1$	4	5	6
$s_2$	3	8	7

12. Anna verkko ja tulkintajono, jotka toteuttavat kaikki vasemmassa laatikossa olevat kaavat muttei yhtään oikeassa laatikossa olevaa kaavaa.

$xEy$	$xEw$
$z = w$	$x = w$
$yEw$	$\exists x \forall y xEy$

13.\* Anna kolme eri tulkintajonoa, jotka toteuttavat kaavan  $\exists y(xEy \wedge yEz)$  kuvan 4 verkossa. Perustele vastauksesi.

14. Piirrä verkko, joka toteuttaa kaavan  $\forall x \exists y xEy$ .

15. Anna  $\{E\}$ -kaava, joka ilmaisee, että jokaisella verkon pisteellä on ainakin kaksi eri naapuria. Kaksi verkon pistettä ovat naapureita, jos niiden välissä on viiva.