

Logiikka I

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

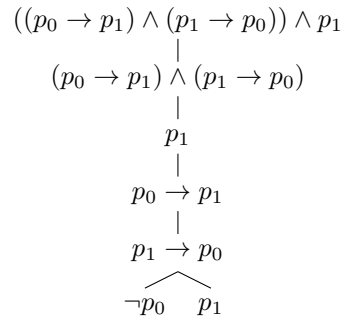
Kevät 2013

Tehtäviä 6

Harjoitusten viimeinen palautuspäivä: ke 20.2.2013

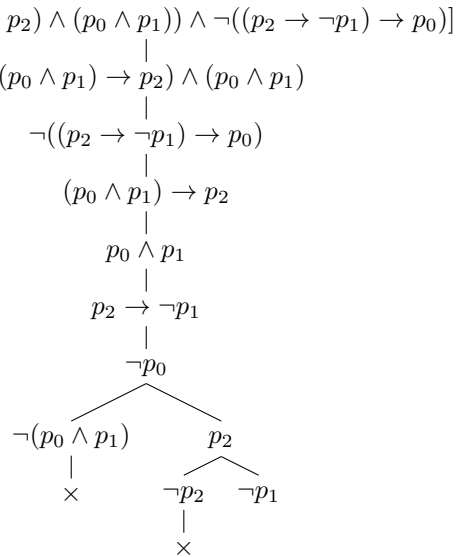
Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 6.3.2013

1. Osoita eheyslauseen avulla, että $\{p_0 \vee p_1, p_1 \rightarrow p_2\} \not\vdash p_1 \vee p_2$.
2. Tarkastele seuraavaa semanttista puuta:



Puussa on kaksi avointa oksaa. Muodostetaan vasemmanpuoleisen oksan avulla totuusjakauma $v(p_0) = 0, v(p_1) = 1$. Kuitenkin $v(((p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow p_0)) \wedge p_1) = 0$. Miten tämä on mahdollista?

3. Tarkastele seuraavaa semanttista puuta:



Puussa on avoin oksa, jonka mukaan muodostetaan totuusjakauma $v(p_0) = v(p_1) = 0, v(p_2) = 1$. Kuitenkin $v(((p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2) \wedge (p_0 \wedge p_1)) \wedge \neg((p_2 \rightarrow \neg p_1) \rightarrow p_0)) = 0$. Miten tämä on mahdollista?

- 4.* Käytä semanttista puuta lyttääksesi totuusjakauman, joka toteuttaa propositioliuseen $((p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)) \wedge ((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2)) \wedge \neg p_2$.
5. Käytä semanttista puuta lyttääksesi totuusjakauman, joka toteuttaa propositioliuseen $(p_0 \leftrightarrow p_1) \wedge (p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2))$.
6. Käytä semanttista puuta selvittääksesi, onko propositioliuse $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow \neg p_0)$ toteutuva.
7. Käytä semanttista puuta selvittääksesi, onko propositioliuse $\neg((p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)) \rightarrow ((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2))$ toteutuva.
8. Käytä semanttista puuta selvittääksesi, onko propositioliuse $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge \neg(\neg p_1 \rightarrow \neg p_0)$ toteutuva.
9. Huomaa, että propositioliuse A on tautologia, jos ja vain jos $\neg A$ ei ole toteutuva. Käytä semanttista puuta selvittääksesi onko propositioliuse $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$ tautologia.
10. Osoita semanttisen puun avulla, että propositioliuse $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$ on tautologia. (Osoita, että lauseen negaatio ei ole toteutuva.) Tätä menetelmää osoittaa lause tautologiaksi kutsutaan semanttiseksi todistukseksi.
11. Anna semanttinen todistus propositioliuseelle $\neg(A \wedge \neg B) \rightarrow (\neg A \vee B)$.
12. Anna semanttinen todistus propositioliuseelle $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$.
- 13.* Anna semanttinen todistus propositioliuseelle $(A \vee (B \wedge C)) \rightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$.
14. Anna semanttinen todistus propositioliuseelle $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$.
15. Kuinka monella tavalla voit osoittaa, että $\{p_0 \vee p_1\} \not\vdash p_0 \wedge p_1$? Mitkä ovat menetelmät?
16. Anna esimerkki propositioliuseista A ja B , joilla $\{A \vee B\} \vdash A \wedge B$.