

## Lineaariset mallit, kl 2013, Harjoitus 6, viikko 18

**Huom.:** Vapun takia peruuntuvat laskuharjoitukset pidetään luentojen asemesta tiistaina 30.4. klo 12-14 salissa C124.

1. Jatkoa HT:lle 4.3 ja 5.1. Johda  $F$ -testi hypoteesille  $H : \beta_1 = \beta_2$ .

2. Tarkastellaan monisteen jakson 3.2 alun tilannetta (s. 19), jossa malliyhtälö on  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , ja testattava hypoteesi  $H : \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$ . Osoita ensin, että  $SSE = (1 - R^2) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ , jossa  $R^2$  on selitysaste ja SSE on residuaalineliosumma (ks. s. 10), ja tämän perusteella edelleen, että  $F$ -testisuure edellä mainitulle hypoteesille voidaan kirjoittaa

$$F = \frac{(n-p) R^2}{(p-1)(1-R^2)}.$$

3. Jatkoa HT:lle 4.4 ja 5.2. Oletetaan, että hypoteesi  $\mu_1 = \mu_2$  on tullut hylätyksi. Muodosta  $100(1 - \alpha)\%$ :n luottamusväli erotukselle  $\mu_1 - \mu_2$ .

4. Jatkoa HT:lle 4.3 ja 6.1. (i) Muodosta  $100(1 - \alpha)\%$ :n luottamusväli parametrivektorin  $\beta_1$  lineaarikombinaatiolle  $\mathbf{a}'\beta_1$  ( $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_p]'$   $\neq 0$ ). (ii) Tee sama olettaen, että  $\beta_1 = \beta_2$ .

5. Oletetaan, että tavanomaisessa lineaarisessa mallissa  $\mathbf{Y} \sim \mathbf{N}(\mathbf{X}\beta, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$  ( $\beta \in \mathbb{R}^p$ ,  $\sigma^2 > 0$ ,  $r(\mathbf{X}) = p$ ) selittäjät ovat ortogonaalisia eli  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  on diagonaalimatriisi. Johda parametrin  $\beta_j$  PNS-estimaatti,  $t$ -testisuure hypoteesille  $H : \beta_j = 0$  ja  $100(1 - \alpha)\%$ :n luottamusväli parametrille  $\beta_j$  ( $= \beta$ :n  $j$ . komponentti). Miten nämä muuttuvat, jos mallista poistetaan joku selittäjä  $x_k$  ( $k \neq j$ )?